نظرية الاتصالات
الرقمية الحديثة

للدكتور سعيد النوبى

الأستاذ بكلية الهندسة

جامعة الاسكندرية

مقدمة الكتاب

إن الهدف من هذا الكتاب هو عرض نظرية الاتصالات الرقمية الحديثة بطريقة مبسطة لتيسير فهمها للقارئ العربى من الطلبة و المهندسين و لتسهيل استذكارها واستيعابها لطلاب السنوات النهائية بكليات الهندسة فى أقسام الهندسة الكهربية والحاسب ، ويتميز بتلخيص مركز للمادة العلمية التى تم جمعها من عدة مراجع تشمل كتبا و أبحاثا حديثة منشورة فى دوريات علمية متخصصة ، و يزود القارئ بالمفاهيم الأساسية المطلوبة كخلفية علمية نظرية لازمة لفهم كيفية عمل نظم الاتصالات الرقمية الحديثة كشبكات الهواتف الرقمية ونظم الأقمار الصناعية و النظم الخليوية للهاتف المحمول والشبكات الرقمية للخدمات المتكاملة و شبكات اتصال الحاسبات و نظم الإذاعة و التلفزة الرقمية وضغط المعلومات و الإعلام المتعدد و الاتصالات الحربية وغيرها.

يحتاج القارىء الى خلفية جيدة فى حساب المثلثات و نظرية الاحتمالات ومعرفة سابقة بالتحليل الطيفى للاشارات (سلسلة فورير وتحويل فورير) وتحليل الاشارات والنظم الخطية و التعاريف الأساسية فى التضمين التشابهى.

نسأل الله أن يجعل هذا العمل علما ينتفع به.

المؤلف

ا.د. سعيد محمد النوبى

أستاذ بكلية الهندسة جامعة الاسكندرية

المؤلف

الدكتور سعيد النوبى حاصل علي بكالريوس الهندسة الكهربائية من جامعة الأسكندرية سنة ١٩٧٤ بتقدير ممتاز مع مرتبة الشرف (الأول على القسم) وعين معيدا بالكلية ثم حصل على الماجستير من جامعة الأسكندرية عام ١٩٧٧وحصل على الدكتوراه من جامعة سوثرن ميثوديست الأمريكية عام ١٩٨٠.

يعمل أستاذا بكلية الهندسة جامعة الاسكندرية منذ عام ١٩٩٤ كما عمل بالولايات المتحدة أستاذ مساعد فى جامعة ايلينوى بشيكاغو من ١٩٨١ الى ١٩٨٧ وأستاذ زائر فى جامعة ويتشيتا ستيت بولاية كانساس عام ١٩٨٩/١٩٩٠ و عضو فى الهيئة التقنية بمركز تطوير نظم الطيران المتقدمة بشركة ميتر بواشنطن المستشار للادارة الفيدرالية للطيران بالولايات المتحدة من ١٩٩٠ الى ١٩٩٤.

له عشرون بحثا منشورة فى مجلات عالمية محكمة متخصصة و عشرات من الأبحاث منشورة فى أكثر من خمسة وعشرين مؤتمرا عالميا بأمريكا و كندا فى مجال الاتصالات اللاسلكية وكتاب بعنوان"نظم الاتصالات اللاسلكية الخليوية للمتنقلات" واختارته مجلات عالمية متخصصة كمحكم للأبحاث التى تنشر فيها مثل
IEEE transactions on vehicular technology, IEEE transactions on communications, IEEE transactions on wireless communications, IEE proceedings

حصل على جائزة الدولة التشجيعية للعلوم الهندسية وجائزة المهندس صلاح عامر للالكترونيات عام ١٩٨٩واعتبرته الهيئة العامة للاستعلامات من الشخصيات المصرية البارزة فى موسوعة الشخصيات المصرية البارزة كما منحه الرئيس حسنى مبارك نوط الامتياز من الطبقة الأولى عام ١٩٩٥.

واختارته مؤسسة Marquis Who is who in the world بنشر نبذة عن تاريخه العلمى عام ٢٠٠٢ وكذلك International Biographical Center (IBC), Cambridge

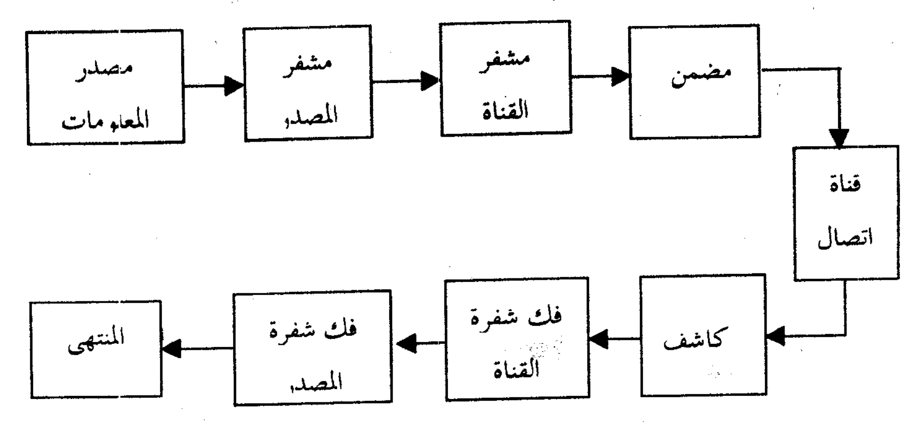
محتويات الكتاب

الباب الأول : مقدمة

يعرض هذا الكتاب نظرية الاتصالات الرقمية الحديثة التى تشمل المفاهيم الأساسية لتوليد الإشارات الرقمية فى أجهزة الإرسال والتى تمثل معلومات مطلوب نقلها بدقة وكفاءة من مكان إلى آخر ثم كيفية استخراج هذه المعلومات من الإشارات التى تصل إلي أجهزة الاستقبال.

1.1 عناصر نظم الاتصالات الرقمية

يبين شكل (1.1) أهم عناصر نظم الاتصالات الرقمية.



شكل (1.1) أهم عناصر نظم الاتصالات الرقمية

إن الهدف الأساسى لنظام اتصالات رقمية هو نقل رسائل تتكون من متتابعة من الرموز من مصدر معلومات إلى المنتهى بمعدل مرتفع وبأكبر دقة ممكنة، وعادة تكون هناك مسافة فاصلة بين المصدر والمنتهى ولكن يربطهما قناة اتصال. تتسبب قناة الاتصال عادة فى تشويه شكل الإشارة المرسلة من جهاز الإرسال نتيجة لخواص القناة الغير مثالية والتى تضيف إشارة عشوائية تعرف بالضوضاء(noise) للإشارة المرسلة وهذا يحد من معدل نقل المعلومات ويسبب أخطاء فى كشفها عند

المنتهى. وعادة يستخدم احتمال الخطأ كمقياس لأداء نظم الاتصالات الرقمية وتصمم المشفرات والمضمنات والكواشف لتقليل هذا الاحتمال ولزيادة معدل نقل المعلومات.

1.1.1 مصدر المعلومات Information source

يمكن تقسيم مصادر المعلومات إلى نوعين حسب طبيعة الخرج و هما:

مصدر معلومات تشابهيه analog و مصدر معلومات مقطعة discrete.

فى النوع الأول مثل الميكروفون الذى يفعل بالصوت أو آلة التصوير التى تصور منظرا يصدر المصدر إشارة سعتها مستمرة مع الزمن، أما النوع الثانى مثل الآلة الكاتبة و الحاسب الآلي فيصدر المصدر متتابعة من الرموز المنفصلة أو الحروف ، ويمكن تحويل المعلومات التشابهية إلى متتابعة من الرموز المنفصلة بعدة طرق سوف تناقش بالتفصيل فى الباب الثانى. وتعرف مصادر المعلومات الرقمية بالخواص الآتية: رموز المصدر ومعدل الرموز و احتمالات الرموز واحتمالات الاعتماد البينى للرموز فى متتابعة. فمثلا تصدر الآلة الكاتبة للحروف اللاتينية ستة وعشرين رمزا هى الحروف اللاتينية بحيث يعتمد معدل الرموز على معدل إصدار الحروف من الآلة كعشرة حروف فى الثانية مثلا ، أما احتمالات الرموز الصادرة ففى اللغة الإنكليزية تتردد بعض الحروف أكثر من الأخرى فمثلا تردد الحرف e أكبر من تردد الحرف q ، وفى الغالب يأتى الحرف u بعد الحرف q .

2.1.1 مشفر المصدر source encoder

يحول مشفر المصدر متتابعة من الرموز بمعدل R_s رمز فى الثانية إلى متتابعة من الرموز الثنائية واحد وصفر بمعدل R رمز ثنائي فى الثانية ، وأبسط طرق التشفير هو تعيين كلمة شفرة تتكون من عدد ثابت من الرموز الثنائية لكل رمز يدخل

المشفر فمثلا يمكن تمثيل أى حرف من الحروف اللاتينية بخمسة رموز ثنائية كما فى الشفرة الأمريكية العيارية لتبادل المعلومات (ASCII) ،ورغم بساطة هذه الشفرة إلا أن كفاءتها جيدة فقط فى حالة حدوث الرموز الأصلية باحتمالات متساوية مستقلة احصائيا فى المتتابعة التى تمثل المعلومات و هناك طرق تشفير أكثر كفاءة ولكن أكثر تعقيدا.

3.1.1 جهاز فك شفرة المصدر source decoder

يقوم بعملية التحويل العكسى فى جهاز الاستقبال فيحول مجموعات الرموز الثنائية إلى متتابعة من الرموز تكون المعلومات المطلوب وصولها ويكون جهاز فك الشفرة بسيطا فى حالة الشفرة الثابتة الطول ومعقدا فى حالة الشفرة المتغيرة الطول.

4.1.1 مشفر القناة channel coder/ decoder

إن الهدف من استخدام مشفر القناة هو تقليل احتمال الخطأ عند كشف الرموز الثنائية فى جهاز الاستقبال وذلك بإضافة رموز ثنائية بطريقة معينة تمكن جهاز فك الشفرة فى جهاز الاستقبال من تصحيح بعض الأخطاء.

5.1.1 المضمن modulator

يقبل المضمن سيلا من الرموز الثنائية ويحولها إلى إشارة كهربية مناسبة للانتقال عبر قناة الاتصل.

6.1.1 الكاشف demodulator

ينفذ الكاشف عملية عكسية لعملية التضمين لاستخراج الرموز الثنائية من الإشارة الكهربة وقد توجد أكثر من طريقة كشف لطريقة تضمين معينة

ويشرح هذا الكتاب طرق تمثيل الإشارات الرقمية وطرق التضمين والكشف وأيضا استنتاج احتمال الخطأ لطرق الكشف المختلفة.

2.1 مكونات الكتاب

بعد هذه المقدمة فى الباب الأول يناقش الباب الثانى توليد المعلومات الرقمية من المعلومات التشابهية ويعتمد هذا على نظرية هامة جدا هى نظرية أخذ العينات التى تقدم أولا ثم تناقش طريقة التضمين بتشفير النبضات وطريقة التضمين التفاضلى وكيفية تحسينهما بتشفير تفاضل النبضات والتضمين التفاضلى الموائم.

يناقش الباب الثالث تمثيل الإشارات الرقمية الأساسية فيشرح أشهر الطرق للتشفير الثنائى للخط والخواص المفضلة لتشفير الخط، ويشتق طيف القدرة للتضمين بسعة النبضات كما يناقش التضمين بالسعة المتعددة للنبضات ثم يناقش كيفية تشكيل النبضات لتجنب التداخل بين الرموز باستخدام معايير نيكويست الثلاثة

يناقش الباب الرابع طرق التضمين الرقمى للموجة الحاملة بدءا من طرق التضمين الرقمى الثنائى كتبديل الفتح و القفل وتبديل إزاحة الطور الثنائى و تبديل إزاحة الطور الثنائى وتبديل إزاحة فرق الطور، ويلى ذلك شرح طرق التضمين الرقمى المتعدد بأنواعه وانتهاءا بتبديل الإزاحة الدنيا الجاوسية و الإشارات مستمرة الطور جزئية الاستجابة التى تعتبر من أهم الإشارات المستخدمة فى نظم الاتصالات الحديثة. توصف الإشارة فى مجال الزمن و فى مجال التردد كما يوصف المضمن والكاشف لكل إشارة.

يناقش الباب الخامس أداء نظم الاتصالات الرقمية فى وجود الضوضاء بدءا بمفهوم المرشح الموائم ثم يشتق احتمال الخطأ لبعض الإشارات السابق وصفها فى وجود الضوضاء الجاوسية باستخدام الكشف الأمثل و طرق كشف أخرى.

1.2 نظرية أخذ العينات Sampling Theorem

يمكن تمثيل أى إشارة كهربية ذات نطاق تردد bandwidth محدود B بعينات تؤخذ على فترات زمنية منتظمة بحيث يكون طول الفترة أقل من 1/2B أى أن معدل أخذ العينات يكون على الأقل 2B عينة فى الثانية ، و يمكن إثبات هذه النظرية كما يلى

بفرض أن الإشارة g(t) لها نطاق تردد محدود B يمكن تمثيل عيناتها $g_s(t)$ بالمعادلة

$$\begin{aligned} g_s(t) &= g(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT_s)\delta(t-nT_s) \end{aligned} \qquad (1.2)$$

حيث T_s هى طول الفترة الزمنية بين العينات و $\delta(t)$ هى دالة دلتا أو دالة النبضة الحادة التى تتميز بالخاصية التالية

$$\delta(t-t_o)g(t) = \delta(t-t_o)g(t_o)$$

و يلاحظ أن الطرف الأيمن للمعادلة (1.2) هو حاصل ضرب الإشارة g(t) فى قطار النبضات الحادة $\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)$ و نظرا لأن هذا القطار هو دالة دورية يمكن تمثيله بسلسلة فورير كما يلى

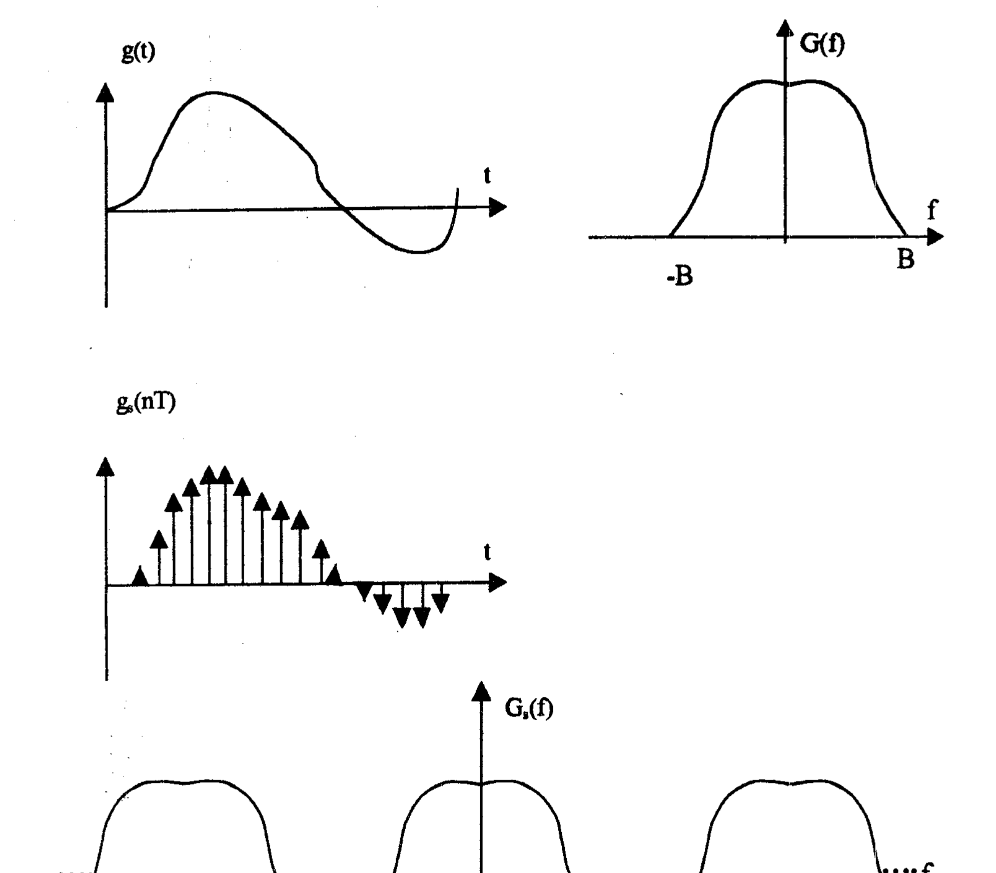
$$g_s(t) = g(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{T_s}\exp\{j2\pi n f_s t\}$$

حيث $f_s = 1/T_s$ هو معدل أخذ العينات ويسمى هذا بالأخذ المثالى للعينات ideal sampling

و بأخذ تحويل فورير للمعادلة السابقة

$$G_s(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(f - nf_s)$$

و يبين شكل (1.2) الإشارة $g(t)$ فى الزمن وطيفها $G(f)$ مع التردد وكذلك إشارة العينات $g_s(t)$ فى الزمن و طيفها $G_s(f)$ مع التردد.



شكل (1.2) طيف إشارة العينات كتكرار لطيف الإشارة الأصلية

يتضح من هذا الشكل أن الطيف $G_s(f)$ يتكون من تكرار الطيف $G(f)$ كل f_s وبذلك لا يحدث انطواء بين مركبتين متجاورتين فى $G_s(f)$ إذا تحقق الشرط

$$f_s \geq 2B$$

(لاحظ أن الحافة اليمنى للمركبة المركزة عند الصفر هى B بينما الحافة اليسرى للمركبة التى على يمينها هى $f_s - B$ ولذلك فشرط عدم الانطواء

$$f_s - B \geq B \text{ أو } f_s \geq 2B$$

وعند تحقق هذا الشرط يمكن استخلاص الإشارة $G(f)$ من $G_s(f)$ بواسطة مرشح امرار الترددات المنخفضة lowpass filter (LPF) بحيث يكون عرض نطاق التردد B_f لهذا المرشح مستوفيا للشرط

$$B \leq B_f \leq f_s - B$$

بفرض أن نطاق التردد لهذا المرشح هو B و دالة استجابته الترددية مستطيلة

$$H(f) = T_s \operatorname{rect}(f/2B)$$

تكون استجابته الزمنية للنبضة الحادة $\delta(t)$ هى

$$h(t) = (2BT_s)\operatorname{sinc}(2Bt)$$

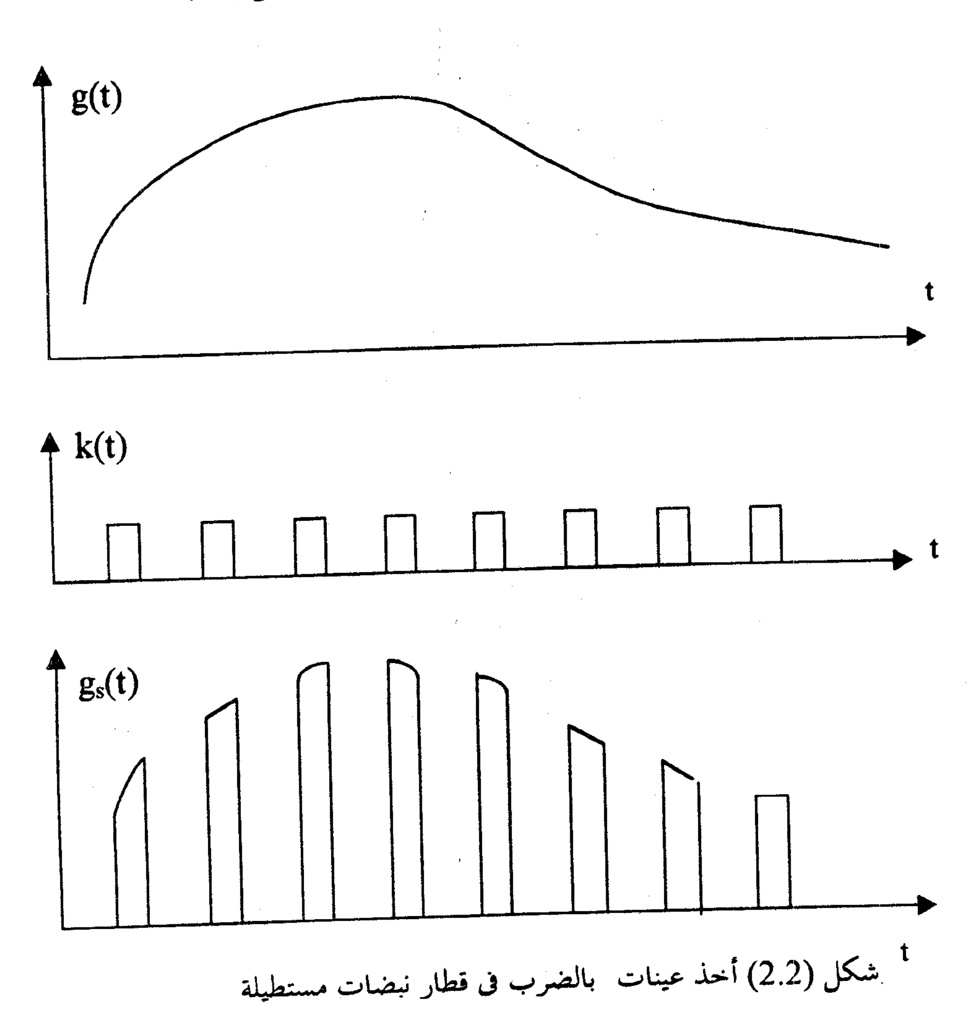
وتكون استجابته للإشارة $g_s(t)$ هى

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT_s).2T_sB\operatorname{sinc}2B(t - nT_s)$$

أى أن الإشارة $g(t)$ أمكن تكوينها من مركبات كل منها دالة "سينكية" مركزة عند nT_s ووزنها $g(nT_s)$ ويلاحظ أن الإشارة $g(t)$ أمكن تكوينها بدون أى تشويه فى هذه الحالة ،أما إذا لم يتحقق الشرط $f_s \geq 2B$ فيحدث تشويه فى الإشارة المستخرجة من العينات لأن مركبات طيف الإشارة $G_s(f)$ تنطوى على بعضها فتضاف لتعطى صورة مشوهة للطيف $G_s(f)$ بعد ترشيحه

يلاحظ أن الإشارة ذات نطاق التردد المحدود فكرة نظرية لأن أى إشارة محدودة فى الزمن لا يمكن أن يكون نطاق ترددها محدودا، لذا يؤخذ B كبيرا بدرجة تكفى لتقليل التشويه إلي الدرجة المرادة بعد ترشيح إشارة العينات.

أيضا قطار النبضات الحادة المستخدم فى الأخذ المثالى للعينات هو فكرة رياضية و لكن عمليا يمكن استخدام قطار نبضات مستطيلة كما يبين شكل (2.2).



شكل (2.2) أخذ عينات بالضرب فى قطار نبضات مستطيلة

يمكن تمثيل قطار النبضات $k(t)$ بالمعادلة

$$k(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t - nT_s}{\tau}\right)$$

وبذلك تكون إشارة العينات المأخوذة عمليا هى

$$g_s(t) = g(t)k(t)$$

و يوضح شكل (2.2) كيفية توليد هذه الإشارة و شكلها مع الزمن و تسمى أيضا بإشارة التضمين بسعة النبضات pulse amplitude modulation أو باختصار PAM.

ونظرا لأن الإشارة $k(t)$ هى أيضا دالة دورية فى الزمن فيمكن تمثيلها بواسطة سلسلة فورير لتصبح المعادلة الأخيرة

$$g_s(t) = g(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} k_n \exp(j2\pi n f_s t)$$

حيث k_n هو معامل سلسلة فورير.

وبأخذ تحويل فورير للطرفين نحصل على طيف إشارة PAM

$$G_s(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} k_n G(f - nf_s)$$

أى أن طيف هذه الإشارة يتكون من تكرار الطيف $G(f)$ مع ضربه فى المعامل k_n ، و يمكن أيضا استخراج $G(f)$ منه بدون تشويه بواسطة الترشيح مع تحقيق نفس الشرط $f_s \geq 2B$. أى أن الإشارة الأصلية يمكن استخلاصها من العينات بواسطة امرارها فى مرشح امرار الترددات المنخفضة.

مثال : أوجد نطاق التردد B الذى يحتوى على 99% من طاقة الإشارة

$$g(t) = \frac{2a}{t^2 + a^2}$$

بأخذ تحويل فورير لهذه الإشارة

$$G(f) = 2\pi \exp\{-2\pi a \mid f \mid\}$$

وبذلك تكون الكثافة الطيفية للطاقة

$$\Psi_g(f) = 4\pi^2 \exp\{-4\pi a \mid f \mid\}$$

$$\therefore \int_{-B}^{B} \Psi_g(f)df = 0.99 \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_g(f)df$$

و بالتعويض والاختصار نجد أن $B = \frac{1}{4\pi a} \ln 100$

2.2 التضمين بتشفير النبضات Pulse Code Modulation

أو باختصار PCM و يعتبر أهم طرق تحويل الإشارة من التشاهية إلي الرقمية ويتميز بما يلي:

١ . يمكن استخدام دوائر رخيصة الثمن لتنفيذه.

٢. الإشارات الناتجة عنه من جميع أنواع المصادر التشاهية يمكن دمجها مع البيانات الرقمية ونقلها على نظام مشترك عالى السرعة باستخدام التعددية بتقسيم الزمن time division multiplexing

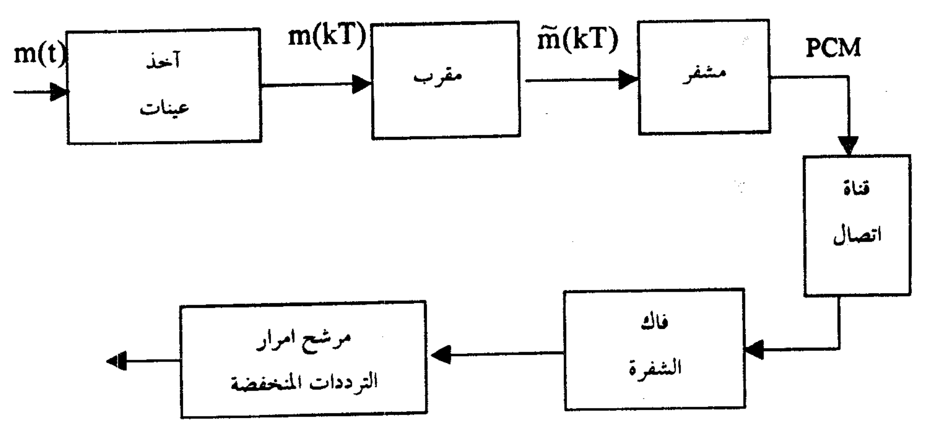
٣. فى النظم الهاتفية للمسافات الطويلة التى تحتاج إلى محطات تقوية يمكن توليد إشارة نظيفة خالية من الضوضاء فى هذه المحطات من إشارة مشوهة بالضوضاء.

٤. أداء النظم الرقمية أفضل من أداء النظم التشاهية فى وجود الضوضاء.

ولكن يعيب طريقة التضمين بتشفير النبضات احتياجها إلى ثلاث خطوات أساسية هى أخذ العينات وتقريبها ثم تشفيرها ونقلها عبر قناة الاتصال بينما يتكون المستقبل من فك التشفير و التنعيم بمرشح امرار الترددات المنخفضة كما يوضح شكل (3.2).

يتم أخذ العينات بمعدل مناسب أي يساوى ضعف نطاق تردد (bandwidth) الإشارة التشاهية على الأقل وبذلك تتحول الإشارة التشاهية m(t) من تشاهية

مستمرة مع الزمن إلي إشارة معرفة عند أزمنة محددة m(kT) ثم يقسم مدى تغير سعة الإشارة الى عدد محدود من المستويات ويقرب مقدار كل عينة الى أقرب مستوى له كما يبين شكل (4.2) حيث تمثل العينات بالمربعات و تمثل الدوائر قيم العينات المقربة ، وبذلك يكون الفرق بين قيمتي مستويين متتاليين $\Delta = 2m_p/Q$ حيث $2m_p$ هو مدى تغير سعة الإشارة و Q +1 هو عدد المستويات.



شكل (3.2) عناصر نظام التضمين بتشفير النبضات

ويلاحظ أن الخطأ الناتج عن تقريب مقدار العينة سوف يتراوح من $-\Delta/2$ إلى $\Delta/2$ ولذلك يمكن تصغير مقدار الخطأ الأقصى باختيار عدد مناسب من مستويات التقريب ويلاحظ أن عملية التقريب ينتج عنها قيمة عشوائية n تضاف إلى مقدار العينة وتسمى ضوضاء التقريب.

$$\tilde{m}(kT) = m(kT) + n(kT)$$

ويمكن افتراض أن هذه القيمة تتوزع بانتظام فى المدى $\Delta/2$ - إلى $\Delta/2$ + وبذلك يكون متوسطها صفرا أما متوسط مربعها فيعطى بالعلاقة

$$E\{n^2\} = \frac{1}{\Delta}\int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 de = \frac{\Delta^2}{12}$$

وتعتبر القيمة الأخيرة هى قدرة ضوضاء التقريب وبفرض أن مقدار الإشارة موزع بانتظام فى المدى (m_p و $-m_p$) ينتج أن قدرة الإشارة هى

$$E\{s^2\} = \frac{1}{Q\Delta}\int_{-Q\Delta/2}^{Q\Delta/2} s^2 ds = (Q\Delta)^2/12$$

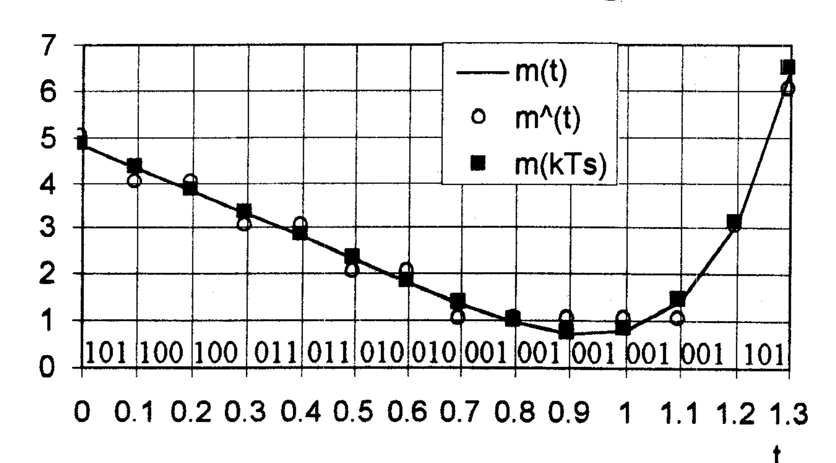
وتكون نسبة قدرة الإشارة إلى قدرة ضوضاء التقريب = Q^2

تختار قيمة Q لإعطاء النسبة التى يتطلبها التطبيق.

فى عملية التشفير تمثل كل عينة مقربة بعدد محدود k من الرموز الثنائية و بحيث تكون

$$Q + 1 = 2^k$$

حيث k عدد صحيح موجب ، فمثلا أخذت k=3 فى شكل (4.2).



شكل (4.2) العينات الأصلية والعينات المقربة للإشارة m(t)

فى أنظمة الهواتف القياسية تؤخذ $k = 7 , Q = 127$ ،فيصير معدل أخذ العينات ثمانية آلاف عينة فى الثانية وبذلك يكون معدل الرموز الثنائية ستة و خمسون ألف رمز فى الثانية وتكون نسبة الإشارة إلى الضوضاء اثنان و أربعون ديسيبل.

تنقل سلسلة الرموز الثنائية على التوالى فى قناة الاتصال ، وعند وصولها إلى جهاز الاستقبال تقسم إلى مجموعات بحيث تحتوى كل مجموعة على k رمز ثنائى يمثلون عينة مقربة ، وفى عملية فك التشفير تستبدل كل مجموعة بمقدار يثبت لمدة T يمثل العينة المقربة وبذلك تتكون إشارة تقريبية للإشارة الأصلية ، ويمكن تنعيم هذه الإشارة بامرارها فى مرشح لامرار الترددات المنخفضة LPF لتقترب أكثر من الإشارة الأصلية.

فى عملية التقريب السابق شرحها فرض أن الفروق متساوية بين المستويات المتتالية وبذلك يمكن تمثيل العلاقة بين دخل وخرج عملية التقريب كما فى شكل (5.2).

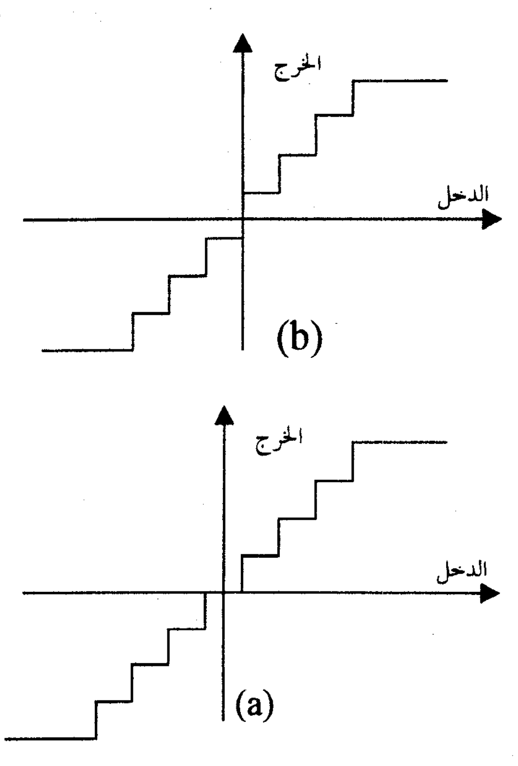
فى شكل (a) تمثل الإشارة الصفرية بالمستوى صفر بينما فى شكل (b) تمثل أحيانا بمستوى موجب و أحيانا بمستوى سالب مما ينتج ضوضاء غير مرغوب فيها.

ولذلك يفضل النوع الأول من التقريب فى تطبيقات الصوت والصور المتحركة.

وعموما طريقة التقريب المنتظم uniform quantization تعطى قدرة ثابتة لضوضاء التقريب سواء كانت الإشارة ضعيفة أو قوية

ولذلك فالأفضل استخدام تقريب غير منتظم non-uniform quantization يغطى فروقا صغيرة بين المستويات إذا كانت الإشارة ضعيفة و فروقا أكبر للإشارات الأقوى و بذلك تكون نسبة الإشارة إلي ضوضاء التقريب ثابتة تقريبا مهما تغيرت شدة الإشارة . ومن أشهر طرق التقريب الغير منتظم تلك التى تستخدم دالة لوغاريتمية لضغط الإشارة ثم مقرب منتظم وفى جهاز الاستقبال تبسط الإشارة

لتعاد إلى قيمتها الأصلية قبل الضغط و تسمى عمليتا الضغط والبسط companding فمثلا



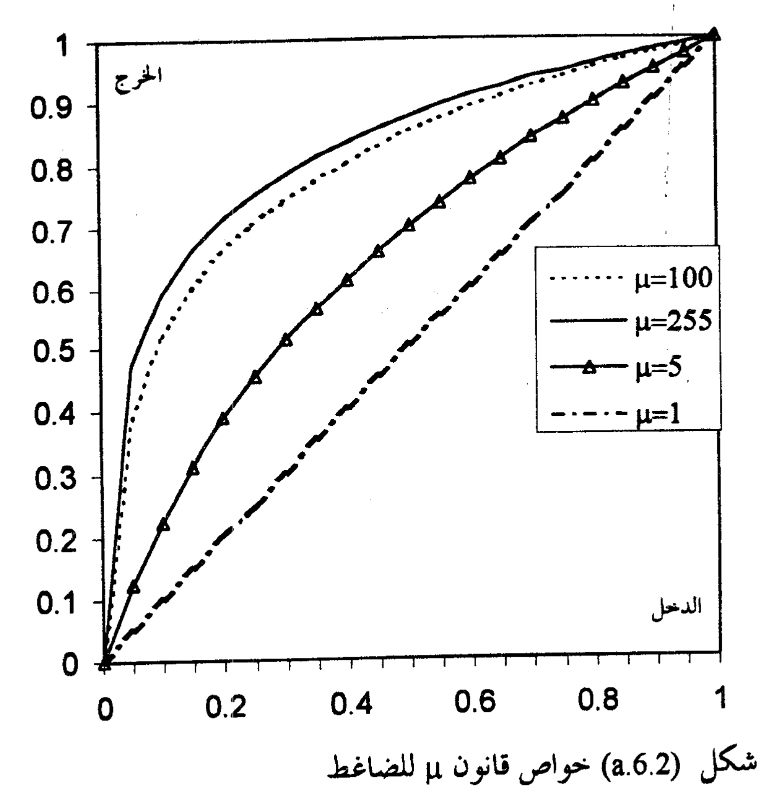
شكل (5.2) الدالة التحويلية للمقرب

١. قانون μ المستخدم فى نظم الهواتف الرقمية فى أمريكا الشمالية و اليابان والمعطى بالعلاقة الآتية بين الخرج y و الدخل x للضاغط

$$y = \frac{\operatorname{sgn}(x)}{\ln(1+\mu)} \ln\left(1+\mu\left|\frac{x}{x_p}\right|\right) \quad , \left|\frac{x}{x_p}\right| \le 1$$

ويبين شكل (7.2) هذه العلاقة لقيم مختلفة للمتغير μ

والقيمة القياسية لهذا المتغير هى 255, 100 فى أمريكا.



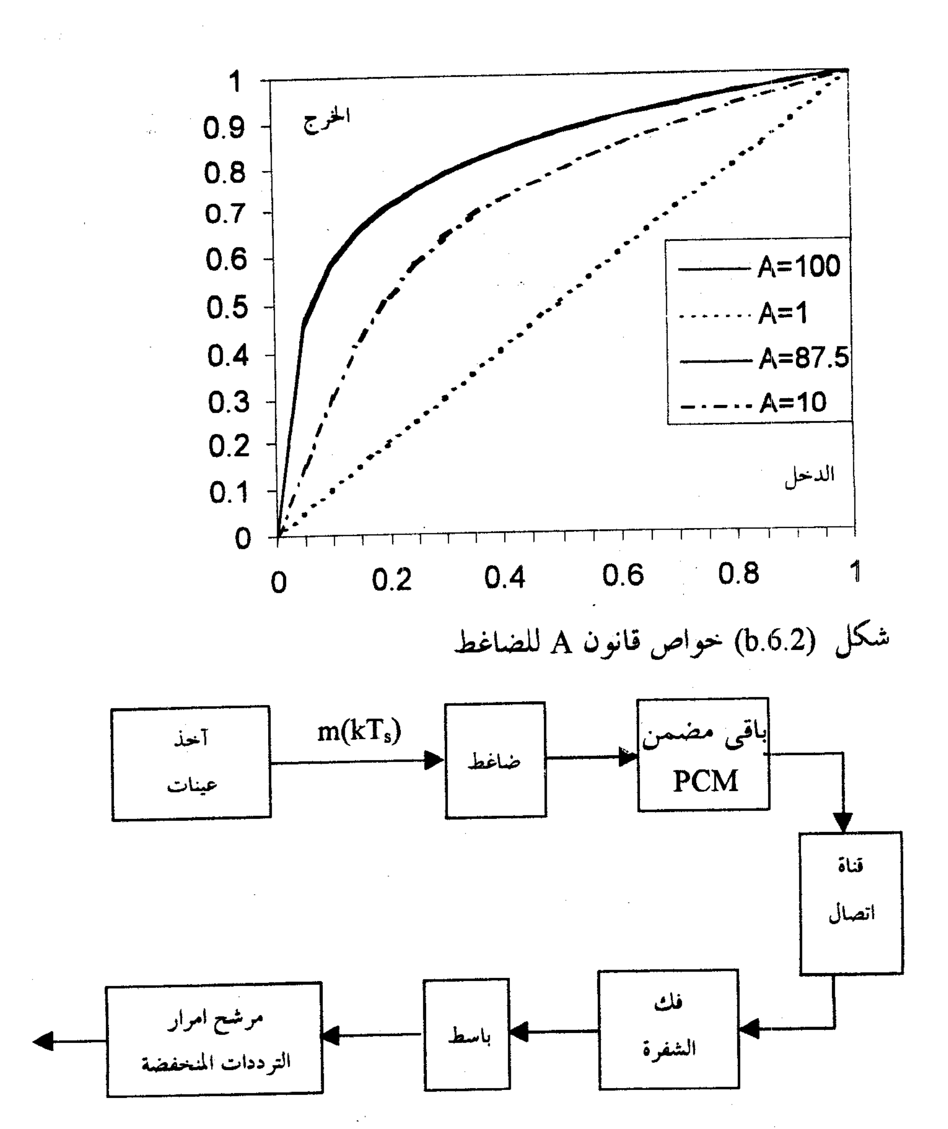
شكل (a.6.2) خواص قانون μ للضاغط

٢. قانون A المستخدم فى الدول الأوروبية و أنحاء أخرى من العالم و المعطى بالعلاقة

$$y = \begin{cases} \dfrac{A}{1+\ln A}\left(\dfrac{x}{x_p}\right) & \left|\dfrac{x}{x_p}\right| \le \dfrac{1}{A} \\ \dfrac{\mathrm{sgn}(x)}{a+\ln A}\left[1+\ln A\left|\dfrac{x}{x_p}\right|\right] & \dfrac{1}{A} \le \left|\dfrac{x}{x_p}\right| \le 1 \end{cases}$$

ويبين شكل هذه العلاقة لقيم مختلفة للمتغير A

وقيمة A التى توصى بها الهيئة الاستشارية الدولية للهواتف والبرق (CCITT) هى $A = 87.5$.



شكل (b.6.2) خواص قانون A للضاغط

شكل 7.2 عناصر نظام اتصال التضمن بتشفير النبضات

فى جهاز الإرسال تتكون إشارة PCM بأخذ العينات وضغطها ثم التقريب و التشفير كم سبق أما جهاز الاستقبال فيتكون من دائرة لفك الشفرة الرقمية الثنائية

وبسطها ثم تحويلها إلى إشارة لها مقدار مناظر لكل m رمز ثنائى يمثل عينة ، ثم تدخل هذه الإشارة فى شكل نبضات لها مقادير مختلفة إلى مرشح امرار الترددات المنخفضة LPF لتنعيم شكل الإشارة وجعلها مشابهة للإشارة الأصلية السابق إرسالها. و يوضح شكل (7.2) هذه المراحل.

يلاحظ أن جهاز الإرسال يحتاج إلي معرفة بداية و نهاية كل كلمة ممثلة فى k رمز ثنائى و يمكن تحديد ذلك باستخدام نبضات تزامن ، و كذلك يمكن إرسال عدة إشارات PCM على نفس الوسط بالتقسيم الزمنى time division فمثلا يمكن إرسال الرموز الثنائية التى تمثل أربعة وعشرين إشارة صوت باستخدام الترك البينى للكلمات word interleaving حيث ترتب الرموز الثنائية فى إطارات يتكون كل إطار frame من 24 شريحة زمنية بحيث يرسل فى كل شريحة 7 رموز ثنائية تمثل عينة من إشارة معينة بالإضافة إلي نبضة تزامن لتحديد نهاية الكلمة ثم يضاف فى نهاية الإطار نبضة تزامن لتحديد نهاية الإطار ويبين شكل (8.2) تركيب الإطار

القناة الأولى								القناة الثانية										القناة رقم 24								
1	2	3	4	5	6	7	S	1	2	3	4	5	6	7	S	1	......	1	2	3	4	5	6	7	S	F

t

شكل (8.2) تركيب الإطار فى نظام نقل T1

حيث يمثل الرقم ترتيب الرمز الثنائى فى الكلمة و ترمز S لنبضة تزامن الكلمات و ترمز F لنبضة تزامن الإطار و بذلك يتكون الإطار الذى زمنه 125 ميكروثانية من

$24(7+1)+1 = 193$ bit

و بذلك يكون معدل النبضات الثنائية

$193*10^6/125= 1.544$ Mb/s

و تسمى طريقة التعددية هذه بنظام T1.

مثال 1: فى نظام PCM يجب ألا تزيد ضوضاء التقريب عن ±p% من مدى تغير سعة الإشارة. اثبت أن عدد النبضات الثنائية k لكل كلمة (عينة) يجب أن يحقق الشرط

$$k \geq 3.32\log_{10}(50/p)$$

الحـــــــــل

بفرض أن مدى تغير سعة الإشارة هو $2m_p$ يكون عدد مستويات التقريب 2^k ويكون الفرق بين مستويين متتاليين Δ هو

$$\Delta = \frac{2m_p}{2^k}$$

وبما أن أقصى قيمة لضوضاء التقريب هى $\Delta/2$

$$\frac{\Delta}{2} = \frac{m_p}{2^k} \leq \frac{p}{100}2m_p$$

$$\therefore 2^k \geq \frac{50}{p}$$

$$\therefore k \geq \log_2\frac{50}{p} = 3.32\log_{10}\frac{50}{p}$$

مثال 2: المطلوب نقل إشارة تشاهية بنظام PCM بدقة ±0.1% من المدى الكامل للسعة، وتتراوح سعة الإشارة من 10V– إلى 10V+ ويبلغ نطاق ترددها 100 Hz

ا. احسب أقل معدل لأخذ عينات الإشارة.

ب. احسب عدد النبضات الثنائية لكل عينة

جـــ . احسب المعدل الأدنى لنقل النبضات الثنائية لإشارة PCM

ء. احسب نطاق التردد المطلق الأدنى لنقل إشارة PCM

الحـــــــــل

بتطبيق نظرية أخذ العينات يكون أقل معدل لأخذ عينات الإشارة هو

$f_s = 2B = 2(100) = 200$

ب. باستخدام نتيجة المثال السابق يكون عدد النبضات الثنائية لكل عينة هو

$$k \geq 3.32\log_{10}(50/p) = 3.32\log_{10}(50/0.1) = 8.56$$

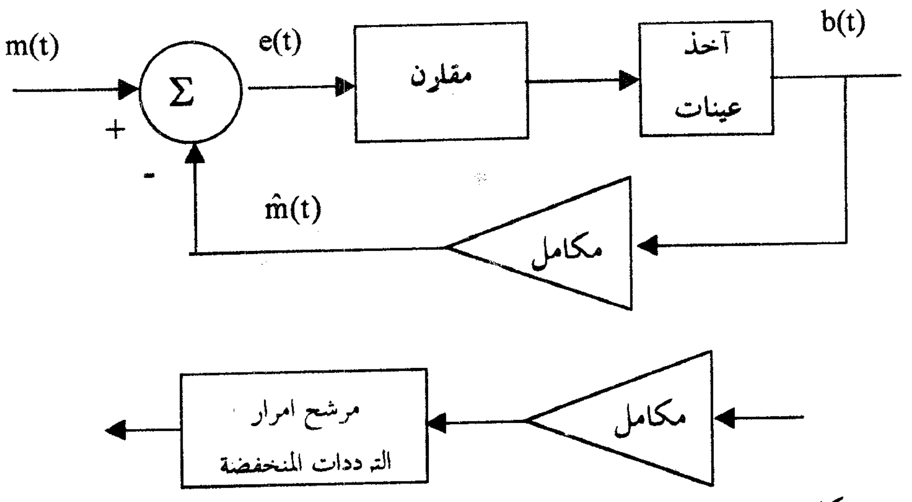
$$\therefore k = 9$$

جـــ. المعدل الأدنى للنبضات الثنائية R هو

$R = 9(200) = 1800$ bps

ء. عرض نطاق التردد المطلق الأدنى هو R/2 لذلك يكون 900 Hz

3.2 التضمين التفاضلى (دلتا) Delta Modulation



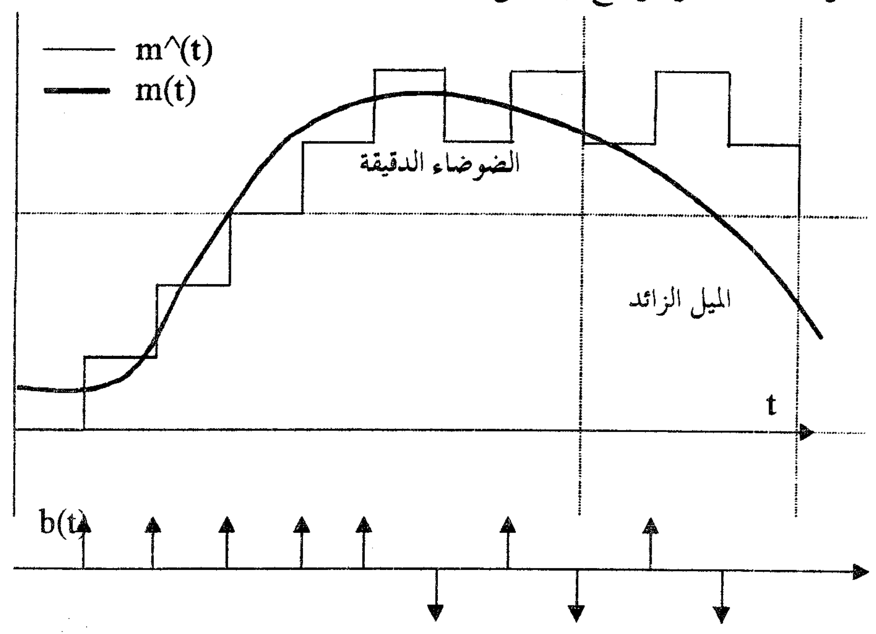
شكل (9.2) عناصر نظام اتصال تضمن دلتا

تعتبر طريقة بسيطة لتحويل الإشارات التشابهية إلى أرقام ثنائية ويتكون المضمن كما فى شكل (9.2) من دائرة مقارنة و آخذ للعينات التى ترسل لقناة الاتصال بالإضافة إلى دائرة تكامل فى الطريق العكسى لتكوين الإشارة المستنتجة $\hat{m}(t)$

على شكل دالة سلمية تحاول الاقتراب من الإشارة الأصلية m(t) ودائرة جمع تعطى الفرق بين الإشارتين

$$e(t) = m(t) - \hat{m}(t)$$

إذا كان الفرق موجبا تعطى دائرة المقارنة فرقا موجبا ثابت القيمة و إذا كان الفرق سالبا تعطى دائرة المقارنة فرقا سالبا ثابت القيمة ثم ترسل عينات منتظمة من الخرج تمثل إشارة الفرق e(t) و بعمل تكامل للعينات تقترب الإشارة $\hat{m}(t)$ من m(t) في هيئة درجات كما هو موضح في شكل (10.2).



شكل (10.2) إشارات تضمين دلتا

أما جهاز الاستقبال فيتكون من دائرة تكامل للحصول على $\hat{m}(t)$ ثم مرشح امرار الترددات المنخفضة لتنعيم $\hat{m}(t)$ و جعلها أقرب للشكل الأصلى m(t) .

بذلك تنتقل المعلومات فى شكل عينات متتالية ثنائية المقدار تمثل إشارات الفروق لذلك يسمى تضمين دلتا حيث الرمز دلتا يرمز إلى الفرق.

يمتاز هذا النظام ببساطته ، ولكن يعيبه مشكلة الميل الزائد وقت تغير الإشارة $m(t)$ بمعدل أكبر من $\hat{m}(t)$ وكذلك مشكلة الضوضاء الدقيقة في حالة ثبوت الإشارة $m(t)$ ويبين شكل (10.2) هاتين المشكلتين حيث تحدث المشكلة الأولى إذا كان

$$|\dot{m}(t)| > \Delta/T_s$$

حيث Δ هو ارتفاع العينة (الدرجة) و T_s هو الزمن بين عينتين متتاليتين و للتغلب على هاتين المشكلتين تستخدم طريقة التضمين التفاضلى الموائم.

مثال 3: إذا كانت الإشارة التشابهية الداخلة إلى مضمن دلتا هى

$$g(t) = \begin{cases} 7t & 0 < t < 0.5 \\ 3.5 & 0.5 < t < 1 \\ 17.5 - 14t & t > 1 \end{cases}$$

حيث t تقاس بالملى ثانية

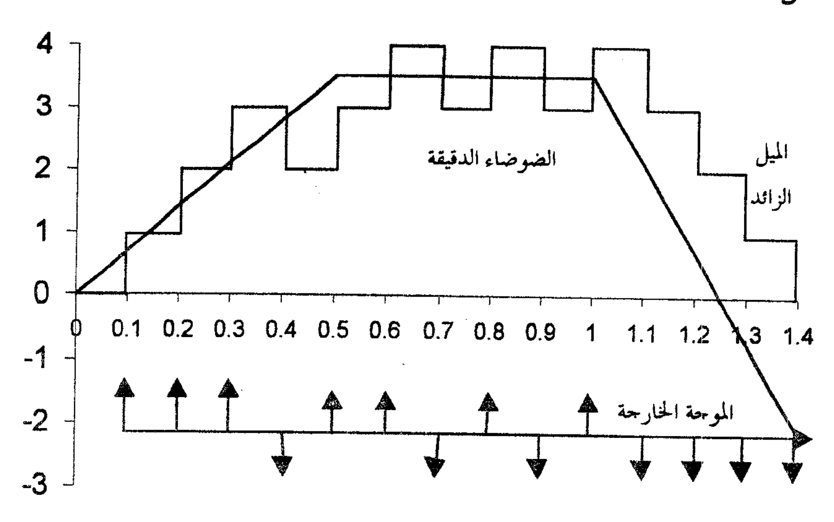
وبفرض أن ارتفاع الدرجة واحد فولط و أن آخذ العينات يعمل بمعدل عشرة آلاف عينة فى الثانية، ارسم شكل الإشارة الداخلة فى الفترة من 0 إلى 1.4 مللى ثانية وكذلك شكل الموجة الخارجة من مضمن دلتا فى حالة الاستقرار. أشر إلى مواضع حدوث الضوضاء الدقيقة و الميل الزائد.

الحـــــــــــل

أنظر الرسم فى الصفحة التالية.

تمرين: إذا كانت الإشارة التشابهية الداخلة إلى مضمن دلتا هى $0.1t^8 - 5t + 2$ وبفرض أن ارتفاع الدرجة واحد فولط و أن آخذ العينات يعمل بمعدل عشرة عينات فى الثانية، ارسم شكل الإشارة الداخلة فى الفترة من 0 إلى 2 ثانية وكذلك

شكل الموجة الخارجة من مضمن دلتا فى حالة الاستقرار. ارسم أيضا خرج المكامل.



شكل (11.2) الحل لمثال 3.

4.2التضمين التفاضلى المرائم Adaptive Delta Modulation

يؤخذ ارتفاع الدرجة متغيرا بحيث يكون متناسبا مع معدل التغير فى الإشارة $|\dot{m}(t)|$ وذلك بمقارنة عينتين متتاليتين b_n, b_{n+1} فإذا اتفقتا فى الإشارة يكون معدل تغير m(t) كبيرا لذلك تصغر الدرجة أما إذا اختلفتا فى الإشارة يكون معدل التغيرصغيرا لذلك تكبر الدرجةΔ_{n+1}

$$\Delta_{n+1} = \Delta_n p^{b_n b_{n+1}} \quad ,1 < p < 2$$

يلاحظ أن التغير فى الدرجة يتم بضرب مقدار الدرجة الحالية فى الرقم p أو القسمة عليه لإعطاء مقدار الدرجة التالية لذلك يسمى هذا discrete adaptation التوائم المحدد ، ويمكن جعل هذا التغيير اكثر نعومة بجعل التوائم مستمرا و ذلك بجعل

مقدار الدرجة متناسبا مع $|\dot{m}(t)|$ و بذلك يسمى التضمين بتضمين دلتا مستمر الميل Continuous slope Delta Modulation .

5.2 التضمين بتشفير تفاضل النبضات

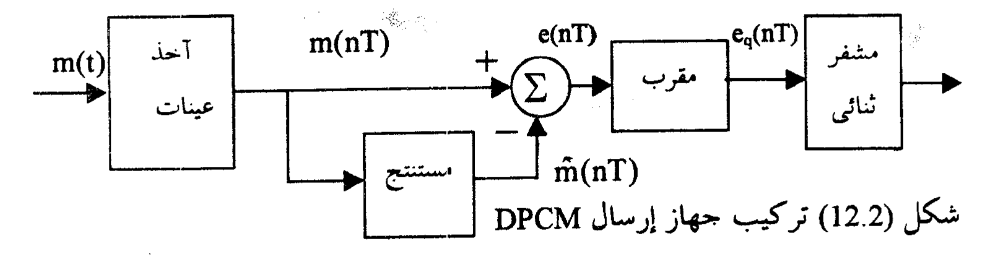
Differential Pulse Code Modulation

أو باختصار DPCM وتستغل هذه الطريقة القرب فى المقدار بين العينات المتتالية لإشارة صوتية أو ضوئية فى استنتاج (أو التنبؤ) بمقدار العينة التالية بناءا على معرفة العينات السابقة ، فمثلا المستنتج الخطى linear predictor (LP) يختزن العينات السابقة فى ذاكرة ثم يركبها خطيا لتكون الخرج

$$\hat{m}(kT) = \sum_{i=1}^{I} a_i m((k-i)T)$$

حيث I عدد العينات السابقة المستخدمة فى استنتاج الخرج ، a_i ثوابت تسمى بعوامل المستنتج الخطى LP coefficients.

بفرض أن $m(nT)$ هى عينة الإشارة فى اللحظة $t = nT$ يكون النظام عينة مستنتجة $\hat{m}(nT)$ ثم تقارن بالعينة $m(nT)$ و بدلا من إرسال الفرق $e(nT)$ فى صورة ثنائية تمثل قطبيته كما فى تضمين دلتا ، يقرب الفرق إلى أقرب قيمة له من بين مستويات تقريب محدودة العدد ثم تشفر القيمة المقربة $e_q(nT)$ بعدة رموز ثنائية كما فى PCM و ترسل إلى قناة الاتصال. يبين شكل (12.2) تركيب جهاز الإرسال.



شكل (12.2) تركيب جهاز إرسال DPCM

من الشكل يتبين أن

$$e_q(nT) = e(nT) + q_e(nT)$$

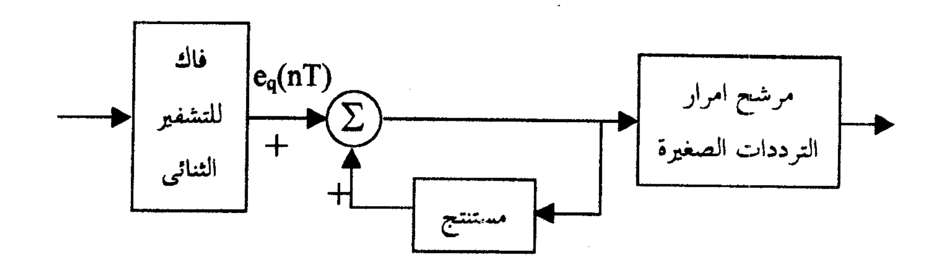
حيث $q_e(nT)$ يمثل الخطأ فى تقريب إشارة الفرق $e(nT)$ وحيث أن إشارة الفرق

$$e(nT) = m(nT) - \hat{m}(nT)$$

لذا

$$e_q(nT) = m(nT) - \hat{m}(nT) + q_e(nT)$$

وبفرض أن الرموز الثنائية انتقلت خلال قناة الاتصال بدون أى أخطاء ، تكون الإشارة الخارجة بعد فك التشفير الثنائى فى جهاز الاستقبال هى نفس $e_q(nT)$ المعطاة بالمعادلة الأخيرة ، ويبين شكل (13.2) عناصر جهاز الاستقبال.



شكل (13.2) عناصر جهاز استقبال DPCM

وبفرض أن العينات السابقة فى خرج جهاز الاستقبال صحيحة فيما عدا ضوضاء تقريب $\tilde{q}(nT)$ ، يكون خرج المستنتج $\hat{m}(nT) + \tilde{q}(nT)$

و بذلك يكون الخرج من دائرة الجمع فى جهاز الاستقبال

$$m(nT) - \hat{m}(nT) + q_e(nT) + \hat{m}(nT) + \tilde{q}(nT) =$$
$$m(nT) + q_e(nT) + \tilde{q}(nT)$$

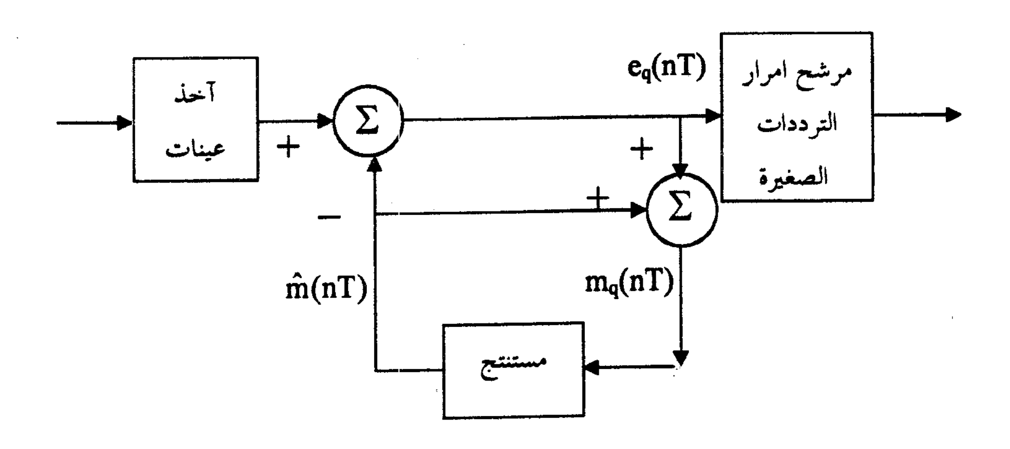
وهى نفس العينات التى شفرت فى جهاز الاستقبال فيما عدا ضوضاء التقريب المتراكمة ، وباستخدام مرشح امرار الترددات الصغيرة يمكن تحويل العينات إلى إشارة تشاهية تقترب من الإشارة الأصلية.

لمنع تراكم ضوضاء التقريب يمكن استخدام تركيبة أخرى لجهاز الإرسال كما يبين شكل (14.2) وفيه يتكون دخل المستنتج predictor من عينات مقربة $m_q(nT)$ مثل التى فى جهاز الاستقبال

$$\begin{aligned} m_q(nT) &= \hat{m}(nT) + e_q(nT) \\ &= \hat{m}(nT) + e(nT) + q_e(nT) \\ &= m(nT) + q_e(nT) \end{aligned}$$

أي أن الإشارة $m_q(nT)$ هي تقريب للإشارة $m(nT)$ بدون تراكم ضوضاء التقريب، وبإدخالها إلى المستنتج (مرشح التنبؤ) تستنتج الإشارة $\hat{m}(nT)$.

في جهاز الاستقبال المبين فى شكل (13.2) تحول الرموز الثنائية في دائرة فك الشفرة إلي القيمة المقربة للفرق $e_q(nT)$ والتى تضاف إلي الإشارة المستنتجة $\hat{m}(nT)$ عن طريق المستنتج (مرشح التنبؤ) وبذلك يكون مجموعهما $m_q(nT)$ هو القيمة التقريبية للإشارة $m(nT)$ وباستخدام مرشح امرار الترددات الصغيرة يمكن تحويل العينات إلى إشارة تشابهية تقترب من الإشارة الأصلية.





الباب الثالث

تمثيل الإشارات الرقمية الأساسية

1.3 التشفير الثنائى للخط Binary Line Coding

هو طرق تمثيل سلسلة من الرموز الثنائية (واحد أو صفر) بإشارة كهربية ومن أشهر هذه الطرق

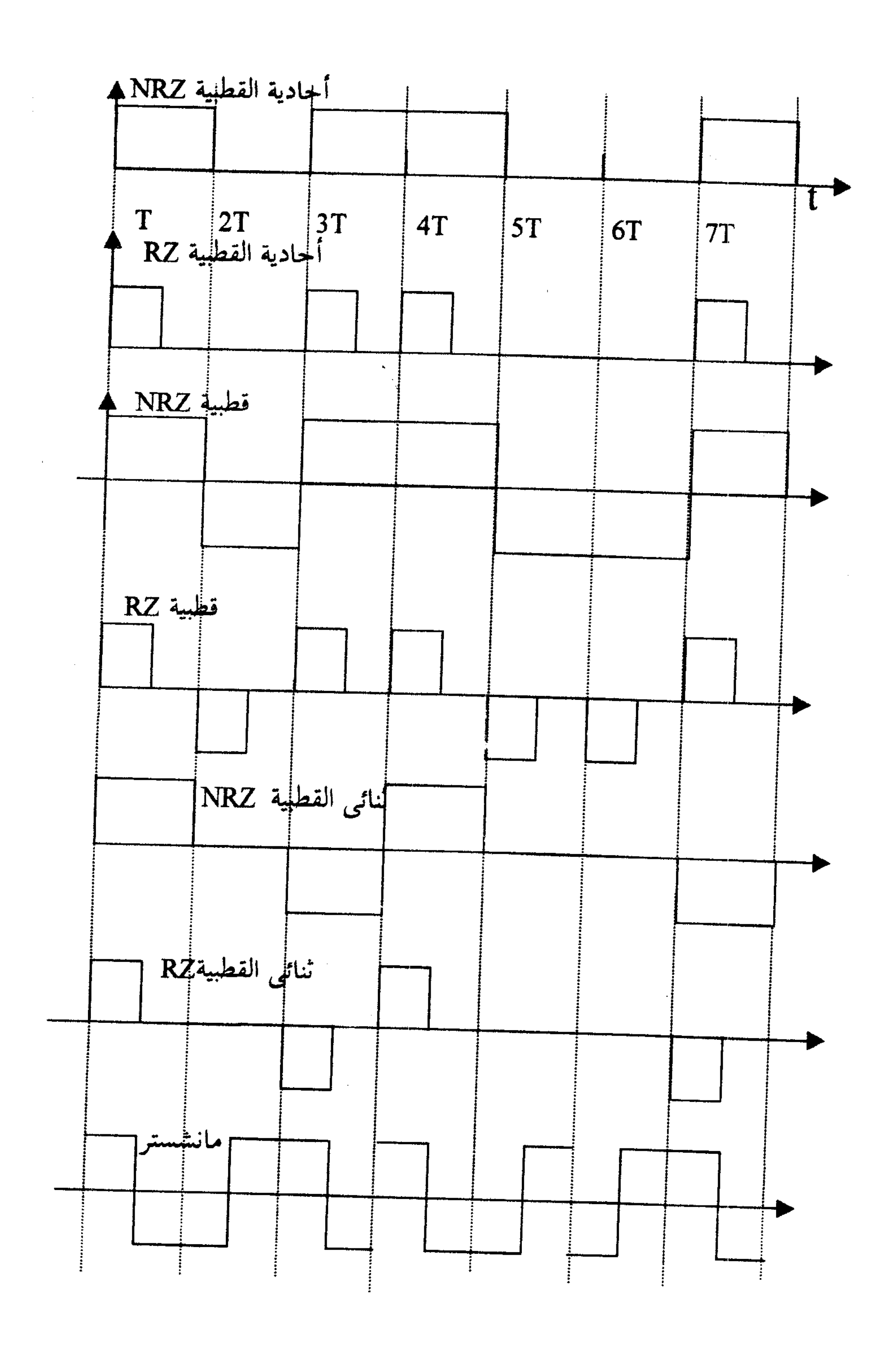
1.1.3 الإشارة أحادية القطبية Unipolar

وتسمى أيضا بإشارة الفتح والقفل حيث يمثل الرمز واحد بنبضة مستطيلة الشكل بينما يمثل الرمز صفر بالمستوى صفر.

فى حالة إذا كان عرض النبضة المستطيلة مساويا لكل الفترة الزمنية المخصصة لنقل رمز ثنائى T تسمى النبضة بالغير عائدة للصفر Non-return-to-zero أو باختصار NRZ حث أن المستوى الموجب الممثل للرمز واحد لا يعود للمستوى صفر أثناء الفترة T. أما فى حالة إذا كان عرض النبضة المستطيلة أقل من T تسمى النبضة بالعائدة إلي الصفر Return to zero أو باختصار RZ حيث أن المستوى الموجب الممثل للرمز واحد يعود إلي المستوى صفر بعد زمن τ أثناء الفترة (حيث T>τ) وبين شكل (3.1) هاتين الحالتين للإشارة أحادية القطبية

2.1.3 الإشارة القطبية Polar

حيث يمثل الرمز واحد بنبضة موجبة و يمثل الرمز صفر بنبضة سالبة ويمكن تقسيم الإشارة القطبية إلى نوعين NRZ و RZ بناءا على عرض النبضة حيث يكون فى حالة NRZ مساويا للفترة الزمنية T وفى حالة RZ يكون أقل من T لذا يعود مستوى الإشارة من المستوى الموجب أو المستوى السالب إلى مستوى الصفر فى حالة RZ . وبين شكل (3.1) هاتين الحالتين



أحادية القطبية NRZ
t
T
2T
3T
4T
5T
6T
7T
أحادية القطبية RZ
قطبية NRZ
قطبية RZ
ثنائى القطبية NRZ
ثنائى القطبيةRZ
مانشستر

3.1.3 الإشارة ثنائية القطبية Bipolar

حيث يمثل الرمز واحد بمستوى موجب أو سالب بالتبادل المتتالى أما الرمز صفر فيمثل بمستوى الصفر. أى أن الرمز واحد يمثل بنبضة مستطيلة موجبة أو سالبة عكس إشارة النبضة التى تمثل الرمز السابق، ويكون عرض النبضة مساويا للفترة الزمنية T لنوع NRZ أو أقل من هذه الفترة لنوع RZ .

ويبين شكل (3.1) هاتين الحالتين للإشارة ثنائية القطبية

4.1.3 إشارة الطور المفصوم Split Phase أو مانشستر Manchester

حيث يمثل الرمز واحد بمستوى موجب فى النصف الأول للفترة T و مستوى سالب فى النصف الثانى أما الرمز صفر فيمثل الرمز واحد بمستوى سالب فى النصف الأول و مستوى موجب فى النصف الثانى للفترة T كما فى شكل (3.1).

لكل نوع من أنواع تشفير الخط السابقة مزايا وعيوب ، لذلك يختار النوع المناسب للتطبيق حسب الحالة، وفيما يلى بعض الخواص المفضلة لتشفير الخط:

2.3 الخواص المفضلة لتشفير الخط

1. التزامن الذاتى self synchronization

إذا أمكن تصميم دوائر تزامن للرموز الثنائية تستخرج نبضات التزامن من شفرة الخط حتى فى حالة إرسال سلسلة طويلة من رمز ثنائى معين كالصفر.

2. احتمال صغير للخطأ فى الرمز الثنائى

إذا أمكن تصميم أجهزة استقبال تستخرج الرموز الثنائية من شفرة الخط بمعدل خطأ صغير عندما تشوه الإشارة بواسطة الضوضاء والتداخل

3. طيف مناسب لقناة الاتصل

فمثلا إذا كانت قناة الاتصال تحتوى على دوائر قرن تمنع التيار المستمر يجب أن تكون شدة طيف الإشارة مهملة عند الترددات المنخفضة. أيضا يجب أن يكون نطاق التردد للإشارة صغيرا بالمقارنة بنطاق تردد القناة.

4. المقدرة على كشف الخطأ الذى يحدث أثناء عملية التراسل

5. الشفافية transparency وهى عدم حساسية شفرة الخط لسلسلة رموز معينة بمعنى أن أداء النظام ثابت لأى سلسلة رموز.

فيما يلى سنشتق طيف القدرة لبعض أنواع إشارات تشفير الخط و نناقش الخواص المفضلة فى كل منها.

مثال 1: اعتبر نموذج اختبار يتكون من 0, 1 بالتبادل . أوجد مقدار الطيف لكل نوع من أنواع تشفير الخط الآتية:

ا. إشارة أحادية القطبية من نوع NRZ

ب. إشارة أحادية القطبية من نوع RZ حيث عرض النبضة 3T/4

جـ .كيف يتغير الطيف إذا تغير نموذج الاختبار إلى أربعة 0 بالتبادل مع أربعة 1 ؟

الحـــــــــل

يلاحظ أن الموجة محددة ودورية و زمن دورها 2T وبالتالى يمكن تمثيلها بسلسلة فورير ثم أخذ تحويل فورير للسلسلة لنحصل على

$$W(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \delta(f - \frac{n}{2T})$$

حيث C_n هو معامل سلسلة فورير و يشتق فيما يلي

$$C_n = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} w(t)e^{-jn2\pi f_o t}dt = \frac{1}{2T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-jn2\pi f_o t}dt = \frac{\tau}{2T}\frac{\sin(\frac{n\pi\tau}{2T})}{(\frac{n\pi\tau}{2T})}$$

ا. فى حالة NRZ يكون $\tau = T$ و يصير مقدار الطيف

$$|W(f)| = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}\left|\frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi/2}\right|\delta(f-\frac{n}{2T})$$

ب. فى حالة RZ يكون $\tau = 3T/4$ و يصير مقدار الطيف

$$|W(f)| = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{3}{8}\left|\frac{\sin(3n\pi/8)}{3n\pi/8}\right|\delta(f-\frac{n}{2T})$$

جـ. أما فى حالة نموذج اختبار مكون من أربعة أصفار بالتبادل مع أربعة آحاد يكون زمن الدورة 8T ويكون معامل سلسلة فورير $C_n = f_o H(nf_o)$ حيث h(t) هى شكل الموجة الأساسية التى تتكرر كل 8T لتعطى الموجة الدورية w(t) . تتكون h(t) فى هذه الحالة من أربعة نبضات مستطيلة،لذا

$$H(f) = \frac{\tau \sin \pi f\tau}{\pi f\tau}\left[1 + e^{-j\omega T} + e^{-j2\omega T} + e^{-j3\omega T}\right]$$

$$C_n = \frac{\tau}{8T}\frac{\sin(n\pi\tau/8T)}{n\pi\tau/8T}\left[1 + e^{-jn\pi/4} + e^{-jn\pi/2} + e^{-j3n\pi/4}\right]$$

و يصير مقدار الطيف لحالة NRZ

$$|W(f)| = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{8}\frac{\sin(n\pi/8)}{n\pi/8}\left[1 + e^{-jn\pi/4} + e^{-jn\pi/2} + e^{-j3n\pi/4}\right]\delta(f-\frac{n}{8T})$$

وفى حالة RZ يصير مقدار الطيف

$$|W(F)| = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{3}{32}\left|\frac{\sin(3n\pi/32)}{3n\pi/32}\right|\left[1 + e^{-jn\pi/4} + e^{-jn\pi/2} + e^{-j3n\pi/4}\right]$$

مثال 2 : اعتبر نموذج اختبار يتكون من 0, 1 بالتبادل . أوجد الطيف لكل نوع من أنواع تشفير الخط الآتية:

ا. إشارة قطبية

ب. إشارة مانشستر

جـ. كيف يتغير الطيف إذا تغير نموذج الاختبار إلى أربعة آحاد بالتبادل مع صفرين؟

الحـــــل

ا. كما فى المثال السابق ماعدا أن المركبة عند تردد صفر تصير صفرا لأن متوسط سعة الموجة صفر ، و بفرض أن القمة العظمى واحد تصير W(f)

$$|W(f)| = \sum_{n=-\infty,n\neq 0}^{\infty} \frac{1}{2}\left|\frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi/2}\right|\delta(f-\frac{n}{2T})$$

ب. الموجة دورية وزمن دورها 2T أما شكل الموجة الأساسى h(t) فتتكون من مستطيل موجب فى الفترة من T- الى 0 و آخر سالب فى الفترة من 0 إلى T.

لذلك تحويل فورير لها

$$H(f) = T\sin c(ft)[e^{j\pi fT} - e^{-j\pi fT}]$$
$$= j2T\sin c(fT)\sin(\pi fT)$$

و يصير معامل سلسلة فورير

$$C_n = f_o H(nf_o) = j\frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi/2}\sin(n\pi/2)$$

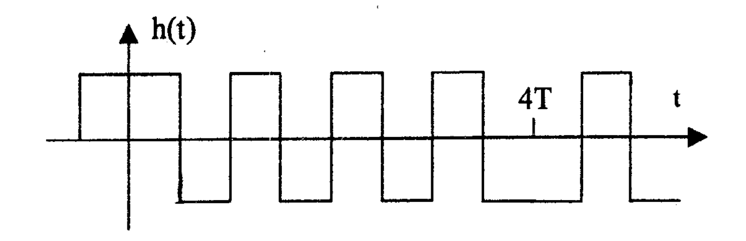
$$|W(f)| = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|\frac{1}{n\pi}\right|\sin^2(n\pi/2)\delta(f-\frac{n}{2T})$$

ج. إذا تغير نموذج الاختبار إلى أربعة آحاد بالتبادل مع صفرين تكون الموجة دورية زمنها الدورى 6T وتمثل دورة واحدة منها بالإشارة الأساسية الآتية فى حال الإشارة القطبية

$$h(t) = rect(t/4T)$$
$$H(f) = 4T\ sinc(4fT)$$
$$C_n = \frac{4}{6}\sin c(\frac{4}{6n})$$

$$|W(f)| = \frac{2}{3}\delta(f) + \sum_{n=-\infty, n\neq 0}^{\infty} \frac{2}{3}\left|\sin c(\frac{2}{3}n)\right|\delta(f - \frac{n}{6T})$$

أما فى حال إشارة مانشستر تكون الإشارة الأساسية كما بالشكل التالى.



$$H(f) = T\sin c(fT)[1 - e^{-j\omega 4T}] + \frac{T}{2}[-e^{-j\omega 3T/4} + e^{-j\omega 5T/4}$$
$$- e^{-j\omega 7T/4} + e^{-j\omega 9T/4} - e^{-j\omega 11T/4} + e^{-j\omega 13T/4} + e^{-j\omega 19T/4} - e^{-j\omega 21T/4}]$$

$$|W(f)| = \sum_n \frac{1}{6T}|H(\frac{n}{6T})|\delta(f - \frac{n}{6T})$$

فى الأمثلة السابقة أوجدنا الطيف بأخذ تحويل فورير لأن الإشارات معرفة أما فى حالة الإشارات العشوائية فنحتاج إلى إيجاد الدالة التكرارية الذاتية autocorrelation function للإشارة أولا و فيما يلى تفصيل لذلك.

3.3 طيف القدرة للتضمين بسعة النبضات Power spectrum of PAM

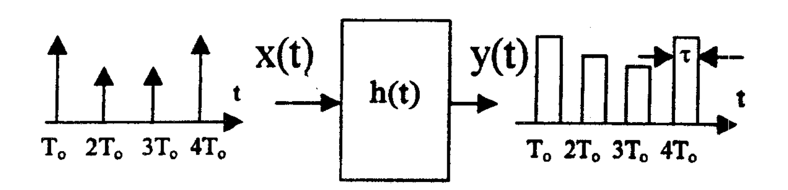
اعتبر قطارا من النبضات المستطيلة y(t) حيث عرض النبضة ∈ و ارتفاعها $a_k/\in$ يتضمن سعة الإشارة.

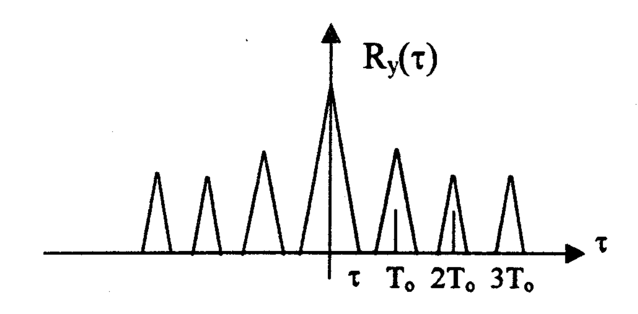
$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p(t - kT_o)$$

يمكن اعتبار هذا القطار الاستجابة الزمنية لمرشح خطى دخله قطار من النبضات الحادة x(t)

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(t - kT_o)$$

حيث أن استجابة المرشح لنبضة حادة هى $h(t) = p(t)$ وله نفس شكل النبضة المستخدمة فى التضمين بسعة النبضات. فى البداية سنفرض أن النبضة مستطيلة و عرضها $\in$ و ارتفاعها $1/\in$.





شكل (2.3) الدالة التكرارية الذاتية لقطار النبضات

تعرف الدالة التكرارية الذاتية autocorrelation function للإشارة $y(t)$ بالمعادلة

$$R_y(t) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} y(t)y(t+\tau)dt$$

يلاحظ أن شكل هذه الدالة مثلث فى المدى $|\tau| \le \in$ يعرف بالمعادلة

$$R_y(\tau) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\sum_k \frac{a_k^2}{\in^2}(\in - |\tau|) = \frac{R_o}{\in T}\left(1-\frac{|\tau|}{\in}\right)$$

حيث $$R_o = \lim_{T\to\infty}\frac{T_o}{T}\sum_k a_k^2$$

أما فى المدى $\in - T_o > \tau > \in$ فتكون قيمة الدالة صفرا ، وبزيادة الإزاحة τ يحدث انطواء بين النبضة رقم k و النبضة رقم k+1 و يتكون مثلث ثانى مركز عند $\tau = T_o$ ارتفاعه $R_1/\in T_o$ حيث

$$R_1 = \lim_{T\to\infty}\frac{T_o}{T}\sum_k a_k a_{k+1}$$

وهكذا تتكون مثلثات أخرى مركزة عند $2T_o, 3T_o, \ldots$ الخ

لذلك يمكن التعبير عن الدالة التكرارية الذاتية $R_y(\tau)$ بالعلاقة

$$R_y(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{R_n}{\in T_o}\Lambda\left(\frac{\tau - nT_o}{2\in}\right)$$

وهى مثلثات متجاورة مركزة عند nT_o وعرض قاعدتها $2\in$ وارتفاعها الوحدة و حيث

$$R_n = \lim_{T\to\infty}\frac{T_o}{T}\sum_k a_k a_{k+n}$$

للحصول على الدالة التكرارية الذاتية للإشارة $x(t)$ ندع $\in$ تقترب من الصفر. لذلك

$$R_x(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{R_n}{T_o}\delta(\tau - nT_o)$$

وبأخذ تحويل فورير يصير طيف القدرة للإشارة $x(t)$

$$S_x(f) = \Im\{R_x(\tau)\} = \frac{1}{T_o}\sum_{n=-\infty}^{\infty}R_n \exp(-jn2\pi fT_o)$$

و يكون طيف القدرة للإشارة $y(t)$

$$s_y(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_o}\sum_{n=-\infty}^{\infty}R_n \exp(-jn2\pi fT_o)$$

حيث P(f) هى تحويل فورير للنبضة p(t) . وفيما يلى نشتق الكثافة الطيفية للقدرة لبعض أنواع تشفير الخط بفرض أن الرمزين 1 و 0 يحدثان بنفس الاحتمال و أن كل رمز مستقل عن الرموز الأخرى.

1.3.3 الإشارة أحادية القطبية unipolar

بما أن معدل الرموز هو $1/T_o$ يكون عدد الرموز الثنائية فى الفترة Tهو T/T_o ونصف هذه الرموز أصفار و نصفها الآخر آحاد ، لذلك

$$R_o = \lim_{T\to\infty}\frac{T_o}{T}\left[\frac{T_o}{2T}(1)^2+\frac{T_o}{2T}(0)^2\right]=\frac{1}{2}$$

$$R_n = \lim_{T\to\infty}\frac{T_o}{T}\left[\frac{T_o}{4T}(1)^2+\frac{T_o}{4T}(0)^2+\frac{T_o}{4T}(1\times 0)^2+\frac{T_o}{4T}(0\times 1)^2\right]=\frac{1}{4}$$

$$S_y(f)=\frac{|P(f)|^2}{T_o}\left[\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\sum_{-\infty}^{\infty}\exp(-jn2\pi fT_o)\right]$$

وباستخدام سلسلة فورير لقطار النبضات الحادة فى مجال التردد

$$S_y(f)=\frac{|P(f)|^2}{T_o}\left[\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{T_o}\sum_{-\infty}^{\infty}\delta(f-\frac{n}{T_o})\right]$$

وبفرض أن النبضة مستطيلة و مدتها τ يصير طيف الإشارة

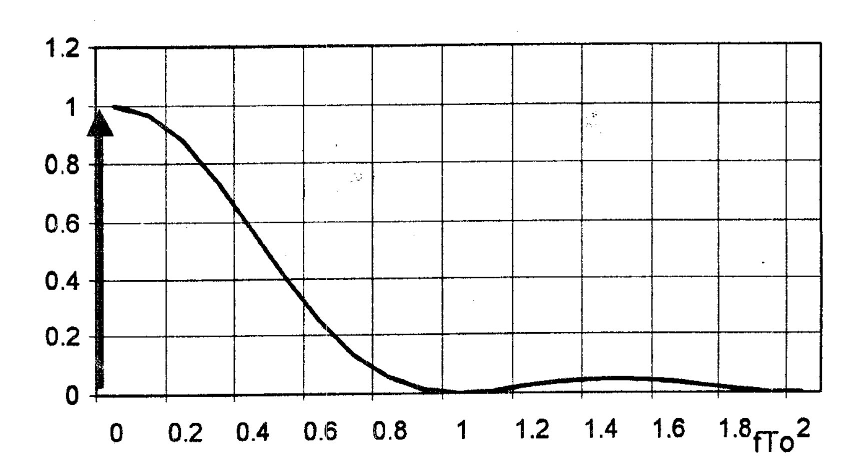
$$S_y(f)=\frac{\tau^2\sin c^2(f\tau)}{4T_o}[1+\frac{1}{T_o}\sum_{-\infty}^{\infty}\delta(f-\frac{n}{T_o})]$$

ويلاحظ أن الطيف يتكون من جزء مستمر مع التردد نتيجة الحد الأول فى المعادلة الأخيرة و جزء متقطع نتيجة السلسلة فى الحد الثانى.

إذا كانت النبضة من نوع الغير عائد إلى الصفر NRZ ستقع أصفار دالة الجيب عند مضاعفات $1/T_o$ ولذلك يصبح الطيف

$$S_y(f) = \frac{T_o}{4}\sin c^2(fT_o) + \frac{1}{4}\delta(f)$$

أي يحتوى فقط على جزء مستمر مع التردد بالإضافة لمركبة التيار المستمر كما هو موضح فى شكل (a.3.3).

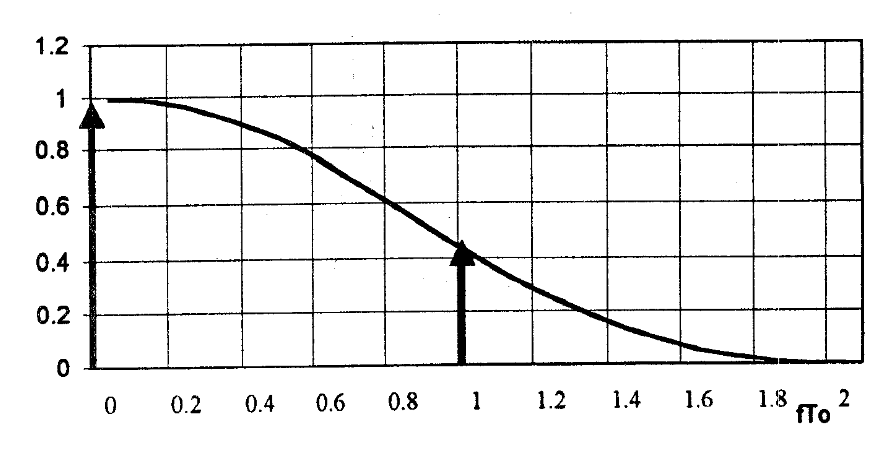


شكل(a.3.3) طيف الاشارة الأحادية القطبية NRZ

أما إذا كانت النبضة من نوع العائد للصفر RZ ومدتها $T_o/2$ ، فسيبقى الطيف مكونا من جزئين مستمر ومتقطع كما هو موضح فى شكل (b.3.3) و يلاحظ أن الجزء المتقطع يحتوى على مركبة عند التردد الأساسى $1/T_o$ يمكن استخدامها فى تزامن الرموز و عموما توجد هذه المركبة فى كل الحالات $\tau < T_o$ بينما لاتوجد فى حالة NRZ.

يلاحظ مما سبق أن الإشارة الأحادية القطبية يعيبها وجود مركبة التيار المستمر التى تمنع استخدام دوائر قرن التيار المتردد ac coupling كما يعيبها نطاق التردد العريض نسبيا (حوالى $2/\tau$) . أيضا يعيب هذه الإشارة عدم قدرتها على اكتشاف

الأخطاء فى الرموز و عدم الشفافية و سنرى فيما بعد أن المقاومة للضوضاء و التداخل أقل من مقاومة الأنواع الأخرى لتشفير الخط ، ولكن تتميز هذه الإشارة ببساطة المعدات اللازمة لتوليدها و التزامن الذاتى إذا كانت النبضة من نوع العائد للصفر.



شكل (b.3.3) طيف الإشارة أحادية القطبية RZ

2.3.3 الإشارة القطبية Polar

نظرا لتمثيل الرموز 1 و 0 بنبضات موجبة و سالبة على الترتيب ، يكون نصف النبضات فى هذه الحالة موجبا ونصفها سالبا ، و لذلك $a_k^2=1$ لكل الحالات

$$R_o = \lim_{T\to\infty}\frac{T_o}{T}\sum_k a_k^2 = \lim_{T\to\infty}\frac{T_o}{T}\frac{T}{T_o}\times 1^2 = 1$$

كذلك يلاحظ أن $a_k a_{k+n} = \pm 1$ بنفس الاحتمال مما يؤدى إلىأن

$R_n = 0 \; ; \; n \neq 0$ ولذلك

$$S_y(f) = \frac{1}{T_o}\,|\,P(f)\,|^2 = \frac{\tau^2}{T_o}\sin c^2(f\tau)$$

فى حالة نبضة مستطيلة مدها τ ، و يلاحظ أن الطيف كله مستمر و لا يحتوى على مركبة مركزة عند التردد الأساسى. إذا كانت النبضة من نوع الغير عائد للصفر يصير الطيف

$$S_y(f) = T_o \sin c^2(fT_o)$$

وإذا كانت من نوع العائد للصفر ومدها $T_o/2$ يصير الطيف

$$S_y(f) = \frac{T_o}{4} \sin c^2(fT_o/2)$$

يتميز هذا النوع من تشفير الخط بالشفافية وعدم وجود مركبة للتيار المستمر و سنرى فيما بعد أن مقاومته للضوضاء والتداخل أكبر من الإشارة الأحادية القطبية ولكن مازال يعانى من العيوب الأخرى للإشارة أحادية القطبية مثل الكبر النسبى لنطاق التردد و عدم القدرة على اكتشاف الأخطاء فى الرموز و عدم التزامن الذاتى إلا فى حالة استخدام مقوم للتيار للنوع العائد إلى الصفر لإعطاء مركبة مركزة عند التردد الأساسى.

3.3.3 الإشارة ثنائية القطبية bipolar

يلاحظ أن الصفر يمثل بمستوى صفرى و أن الواحد يمثل بنبضة موجبة أو سالبة ولكن مخالفة فى القطبية للنبضة السابقة، وبذلك يبدو أن هناك ثلاثة رموز هم - 0, 1, +1 ، ويكون نصف الرموز 0 و ربعهم 1- وربعهم 1+ ، لذلك $a_k^2 = 1$ لنصف الحالات و $a_k^2 = 0$ للنصف الآخر

$$R_o = \lim_{T\to\infty} \frac{T_o}{T} \sum_k a_k^2 = \lim_{T\to\infty} \frac{T_o}{T} \frac{T}{2T_o} \times 1^2 = \frac{1}{2}$$

فى حالة رمزين متتاليين a_k, a_{k+1} يكون حاصل ضربهما 1- لربع الحالات وصفر لباقى الحالات ،لذلك $R_1 = R_{-1} = -1/4$

فى حالة رمزين غير متتاليين a_k, a_{k+n} حيث $n > 1$ سيكون حاصل ضربهما موجبا أو سالبا بنفس الاحتمال، لذلك $R_n = 0 \,;\, n > 1$

$$S_y(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_o}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\left(e^{j2\pi fT_o} + e^{-j2\pi fT_o}\right)\right]$$

$$= \frac{|P(f)|^2}{2T_o}\left[1 - \cos 2\pi fT_o\right] = \frac{|P(f)|^2}{T_o}\sin^2 \pi fT_o$$

فى حالة نبضة مستطيلة مدتها τ تصبح الكثافة الطيفية

$$S_y(f) = \frac{\tau^2}{T_o}\sin^2 \pi fT_o \sin c^2(f\tau)$$

و بذلك تكون الكثافة الطيفية صفرا عند التيار المستمر سواء كانت الإشارة من نوع العائد للصفر أو الغير عائد للصفر.

فى حالة الإشارة الغير عائدة للصفر تكون الكثافة الطيفية

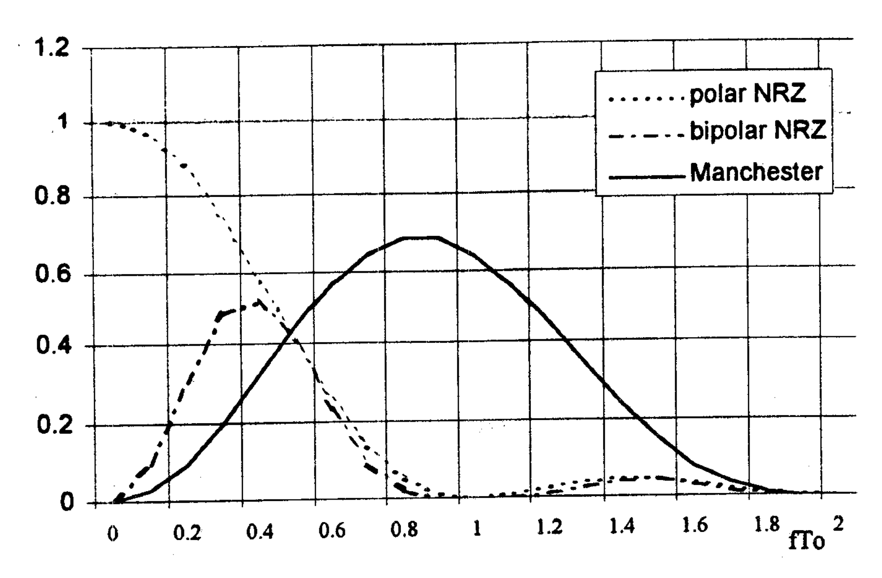
$$S_y(f) = T_o \sin^2 \pi fT_o \sin c^2(fT_o)$$

وفى حالة إشارة عائدة للصفر ومدتها $T_o/2$ تكون الكثافة الطيفية

$$S_y(f) = \frac{T_o}{4}\sin^2 \pi fT_o \sin c^2(\frac{fT_o}{2})$$

ويبين شكل (4.3) الكثافة الطيفية لكل من الإشارة ثنائية القطبية والإشارة القطبية

تتميز الإشارة ثنائية القطبية بصغر نطاق التردد و باكتشاف الأخطاء الفردية التى تسبب مخالفة لقاعدة تبادل قطبية النبضات كما يمكن استخراج التردد الأساسى من النوع العائد للصفر باستخدام مقوم للتيار ، ولكن يعيبها عدم الشفافية و سنرى فيما بعد أنها تحتاج إلي ضعف القدرة المستخدمة فى الإشارة القطبية للحصول على نفس معدل الخطأ.



شكل (4.3) الكثافة الطيفية للقدرة للإشارات القطبية و ثنائية القطبية و مانشستر

4.3.3 إشارة الطور المفصوم split phase (مانشستر Manchester)

يمكن اعتبارها حالة خاصة من الإشارة القطبية مع استخدام نبضة p(t) نصفها مستطيل موجب و نصفها الآخر مستطيل سالب

$$p(t) = \text{rect}\left(\frac{t + T_o/4}{T_o/2}\right) - \text{rect}\left(\frac{t - T_o/4}{T_o/2}\right)$$

وبأخذ تحويل فورير

$$P(f) = \frac{T_o}{2}\sin c\left(\frac{fT_o}{2}\right)[\exp(j\pi fT_o/2) - \exp(-j\pi fT_o/2)]$$

$$= jT_o \sin c\left(\frac{fT_o}{2}\right)\sin \pi fT_o/2$$

لذلك تكون الكثافة الطيفية للقدرة

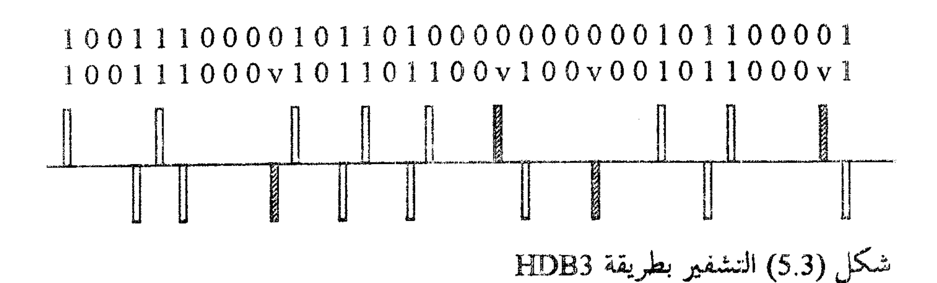
$$S_y(f) = T_o \sin c^2(\frac{fT_o}{2})\sin^2 \pi fT_o / 2$$

يلاحظ أنها تحتاج إلى ضعف نطاق التردد للإشارة القطبية تقريبا ،

وهذا يعتبر عيب ،لكن إشارة مانشستر تتميز بالشفافية والتزامن الذاتى لوجود تغير فى قطبية نصفى النبضة فى منتصف كل دورة ولوجود نبضات طوال الوقت.

5.3.3 الإشارة ثنائية القطبية عالية الكثافة High density bipolar

أو باختصار HDB و تتميز بالتغلب على مشكلة عدم الشفافية للإشارة ثنائية القطبية و فقد إشارة التزامن عند وجود كثافة عالية من الأصفار المتتالية وذلك بتعديل التشفير بحيث تضاف نبضات زائدة عندما يزيد عدد الأصفار المتتالية عن n فى HDBn لزيادة كمية التزامن فى محتوى الإشارة وذلك باستبدال الأصفار المتتالية التى عددها n+1 بمتتابعة خاصة من الأرقام الثنائية ، وتكون قطبية النبضات الزائدة مخالفة لقاعدة تبادل القطبية لتسهيل التعرف على المتتابعة الخاصة فمثلا فى HDB3 تستبدل الأربعة أصفار المتتالية 0000 بالمتتابعة 000V أو المتتابعة 100V حيث V تمثل نبضة تخالف قاعدة تبادل القطبية و تختار إحدى المتتابعتين بحيث أن نبضات V المتتالية تتبادل القطبية الموجبة والسالبة للتخلص من مركبة التيار المستمر ، لذلك تستعمل المتتابعة 100V حين يوجد عدد زوجى من الآحاد بعد آخر متتابعة خاصة. و يبين شكل (5.3) مثالا لطريقة التشفير HDB3 .



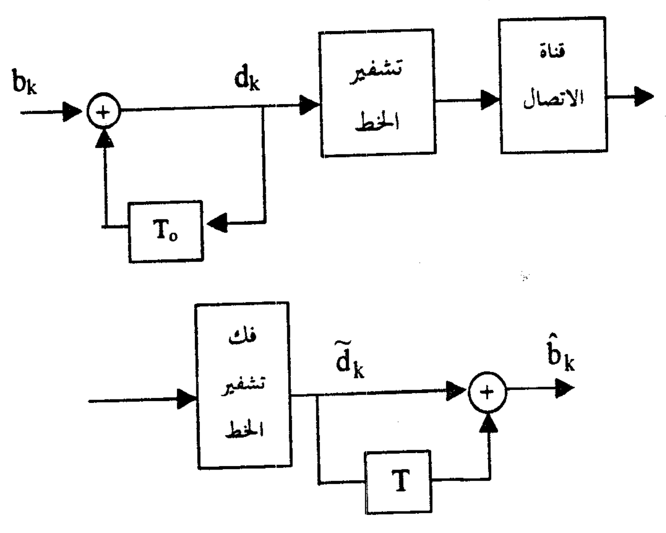
شكل (5.3) التشفير بطريقة HDB3

يبين السطر الأول المتتابعة الأصلية ويبين السطر الثانى المتتابعة المشفرة. لفك الشفرة فى جهاز الاستقبال تحدد مواضع مخالفة قاعدة القطبية و عدد الأصفار التى تسبقها لمعرفة إذا كان الواحد الذى يسبقهم يمثل صفر أو واحد. مازالت هذه الطريقة تتميز بالمقدرة على اكتشاف الخطأ الفردى و تصحيحه.

ليس من السهل اشتقاق الكثافة الطيفية للقدرة لهذا النوع من تشفير الخط حيث يحتاج لحساب R_n لقيم عديدة لـــ n تبلغ 63 فى حالة n=3 ولكنها تشبه إلى حد كبير الكثافة الطيفية للقدرة للإشارة ثنائية القطبية.

4.3 التشفير التفاضلي Differential coding

حين تنقل المعلومات الرقمية خلال عدة دوائر فغالبا ما تنقلب قطبية الإشارة بدون قصد نتيجة تبادل طرفى السلكين ، وبذلك ينعكس تمثيل الرمزين 1 و0 . للتغلب على هذه المشكلة يستخدم نظام التشفير التفاضلى كما يلى



شكل (6.3) التشفير التفاضلى

التشفير قبل تشفير الخط هى

$$d_k = b_k \oplus b_{k-1}$$

أما قاعدة فك التشفير التفاضلى بعد الاستقبال فهى

$$\hat{b}_k = \tilde{d}_k + \tilde{d}_{k-1}$$

فمثلا

سلسلة الرموز الداخلة b_k 1101001

سلسلة الرموز الداخلة d_k 10110001

بعد فك الشفرة التفاضلية $\hat{b}_k$ 1101001

سلسلة الرموز الداخلة مقلوبة $\tilde{d}_k$ 01001110

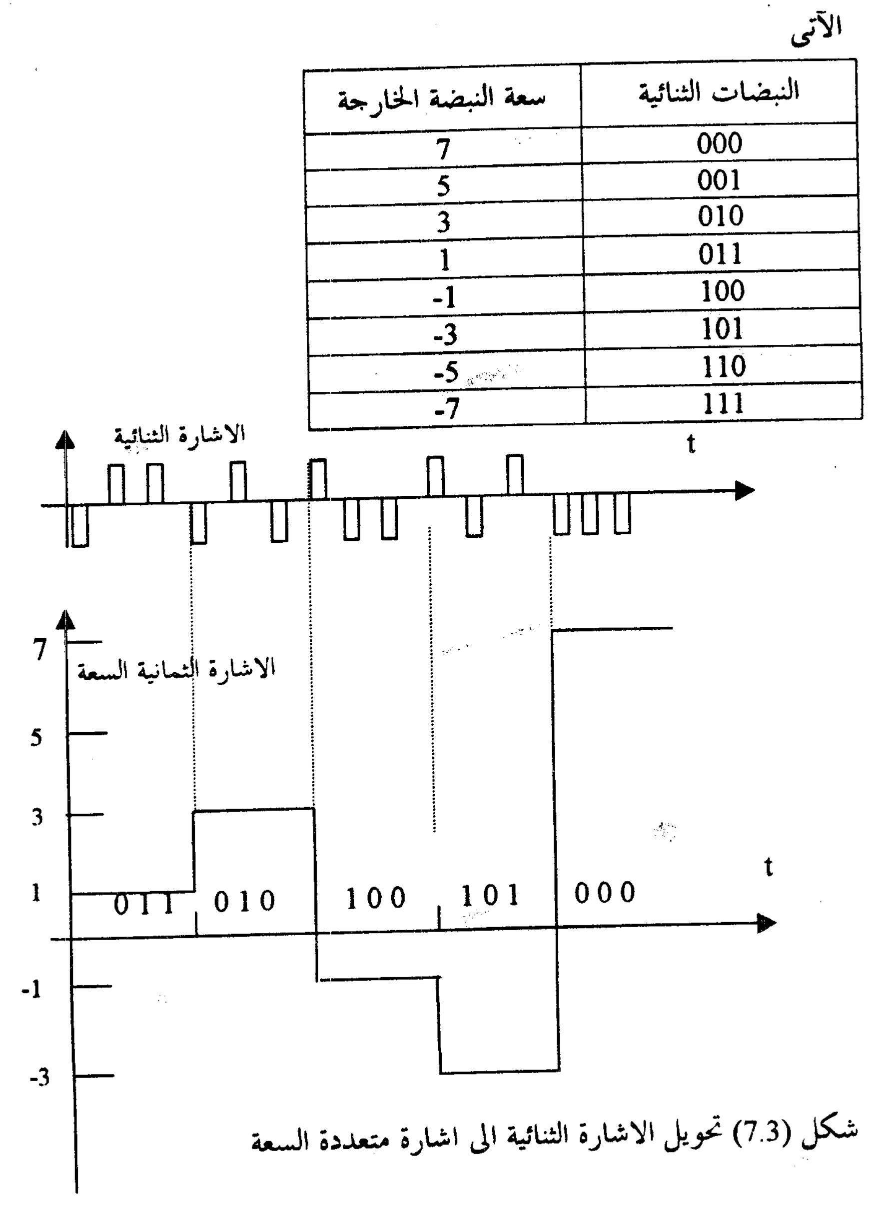
بعد فك الشفرة التفاضلية $\hat{b}_k$ 1101001

يلاحظ أنه باستخدام عملية التشفير التفاضلى أن عكس الرموز فى المتتابعة الثنائية المرسلة لا يؤثر على القرار بعد الاستقبل.

5.3 التضمن بالسعة المتعددة للنبضات M-ary Pulse Amplitude Modulation

لتقليل عرض نطاق التردد اللازم لنقل السيول الرقمية الثنائية يستخدم التضمين بالسعة المتعددة حيث تحول الإشارة الثنائية إلى إشارة متعددة السعة بأخذ k رمز ثنائى و تحويله إلى سعة معينة حسب جدول معين ويكون عدد القيم التى يمكن للسعة أن تأخذها $M=2^k$ وبذلك يصير معدل النبضات ذات السعة المتعددة R/k نبضة فى الثانية إذا كان معدل النبضات الثنائية R نبضة ثنائية فى الثانية

مثال: يمكن تحويل الإشارة الثنائية إلى الإشارة ثمانية السعة (M=8) باخذ ثلاث نبضات ثنائية وتحويلها إلى أحد المستويات الثمانية ±1, ±3, ±5, ±7 حسب الجدول الآتى



النبضات الثنائية	سعة النبضة الخارجة
000	7
001	5
010	3
011	1
100	-1
101	-3
110	-5
111	-7

شكل (7.3) تحويل الاشارة الثنائية الى اشارة متعددة السعة

ويوضح شكل (7.3) كيف تحول الإشارة الثنائية إلى إشارة ثمانية السعة. و يمكن اشتقاق طيف القدرة لهذا المثال كما يلى

$$R_o = [1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2] \times 2/8 = 21$$

ولقيم $n \neq 0$ يكون $R_n = 0$

ولأن $p(t)$ دالة مستطيلة عرضها 3T يكون $P(f) = 3T\text{sinc}(3fT)$

وتصبح كثافة القدرة $S(f) = 63T\text{sinc}^2(3fT)$

وبذلك يقل نطاق التردد إلى الثلث بالمقارنة بالإشارة الثنائية و تزيد الكفاءة الطيفية إلى ثلاثة أضعاف.

6.3 مزايا الاتصالات الرقمية:

١. المناعة ضد الضوضاء والتشويه الناتج عن قناة الاتصال.

٢. يمكن استخدام محطات إعادة repeaters يتم فيها اكتشاف الإشارة الثنائية من النبضات المشوهة وتكوين نبضات جديدة خالية من التشويه والضوضاء.

٣. مرونة تنفيذ الدوائر الرقمية مما يسمح باستخدام الحاسبات الإلكترونية computers و المبدلات الرقمية digital switching و التكامل على نطاق واسع جدا VLSI.

٤. استخدام التشفير للتحكم فى الخطأ و تقليل معدل احتمال الخطأ bit error rate للحصول على جودة عالية high fidelity و أيضا للحصول على الخصوصية والسرية privacy .

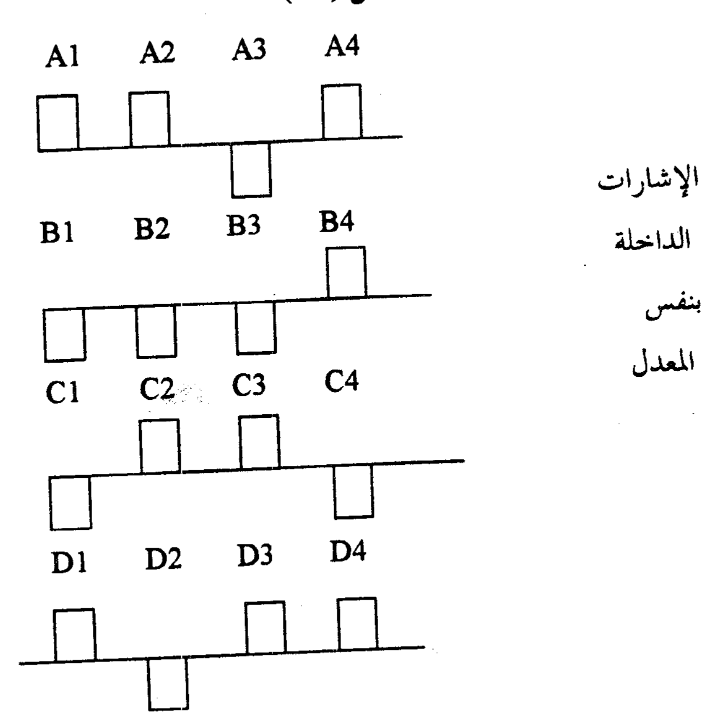
٥. سهولة التعددية multiplexing أى نقل عدة إشارات على نفس الوسط ثم فصلها demultiplexing عند الاستقبال.

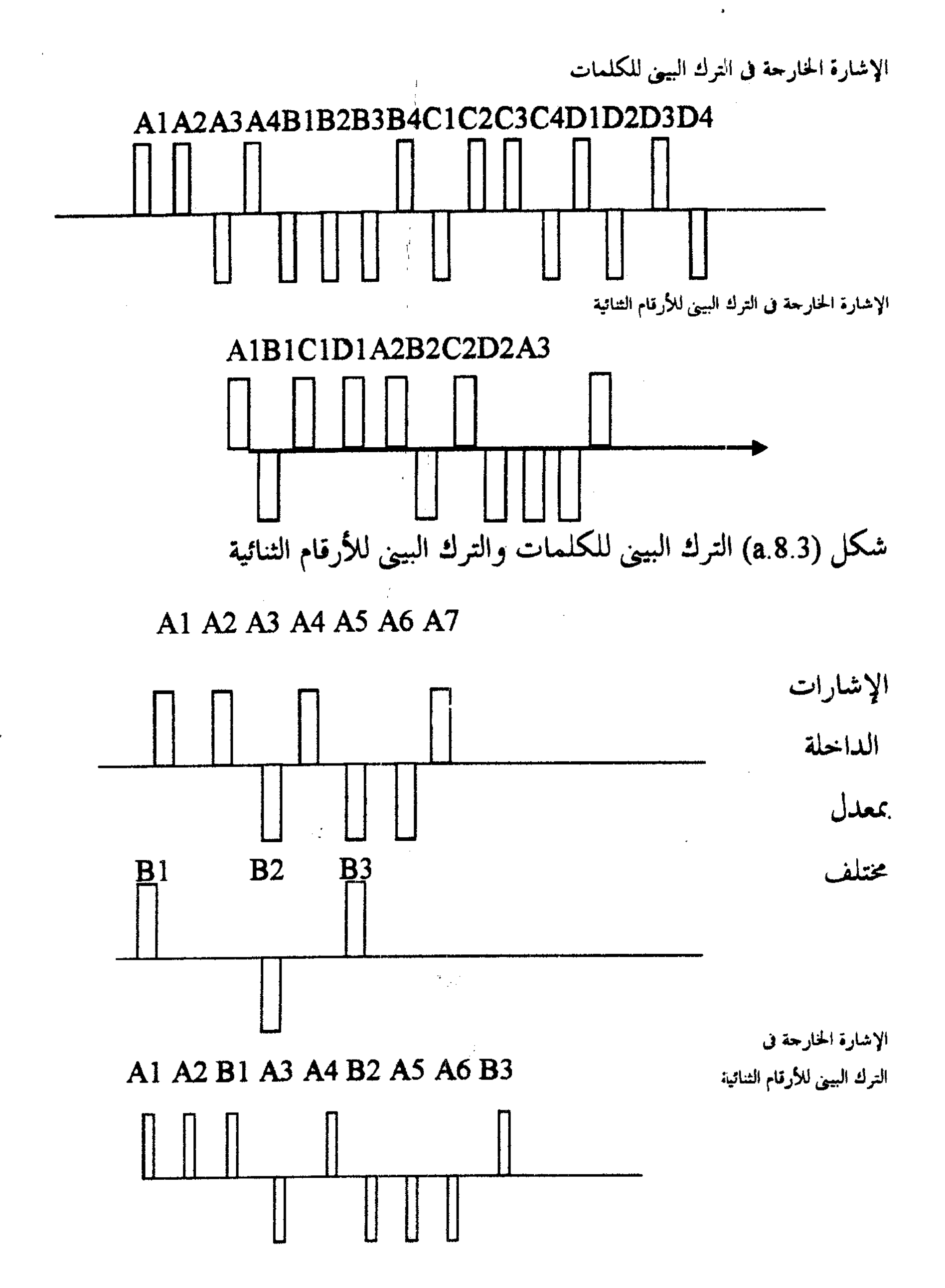
٦. أكثر مرونة من النظم التشابهية فى مقايضة نسبة الإشارة إلى الضوضاء بنطاق التردد اللازم للنقل . وذلك باستخدام النظام الرقمى المتعدد M-ary بدلا من النظام الرقمى الثنائى.

٧. تكامل خدمات مختلفة مثل الصوت و المرئيات و البيانات الرقمية باستخدام الشبكة الرقمية للخدمات المتكاملة ISDN.

7.3 التعددية الرقمية للإشارات القطبية Digital multiplexing of polar signals

سبق شرح التعددية بتقسيم الزمن لاشارات PCM ويسمى هذا بالترك البينى للكلمات word interleaving و هناك نوع آخر يسمى الترك البينى للرقم الثنائى bit interleaving يوضحه شكل (8.3).





شكل (a.8.3) الترك البينى للكلمات والترك البينى للأرقام الثنائية

شكل (b.8.3) الترك البينى للأرقام الثنائية لاشارات داخلة بمعدلات مختلفة

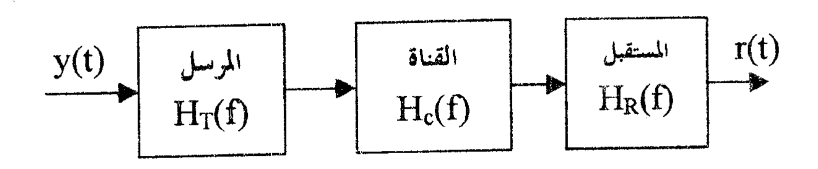
يؤخذ رقم ثنائى واحد من كل إشارة على التوالى لكل إطار إذا كانت معدلات البيانات متساوية لهذه الإشارات ، وفى حالة اختلاف معدلات البيانات يؤخذ رقم ثنائى واحد من الإشارات ذات المعدل المنخفض لكل إطار وعدة أرقام ثنائية من الاشارة ذات المعدل المرتفع حسب معدل بياناتها.

ويلاحظ أن معدل البيانات الخارجة يساوى مجموع معدلات البيانات الداخلة.

8.3 تشكيل النبضات Pulse Shaping و التداخل بين الرموز

إذا أرسلت نبضات مستطيلة فى قنوات لها نطاق تردد محدود يحدث تشويه للنبضات ، فينتج تداخل بين الرموز intersymbol interference أو باختصار ISI نتيجة الامتداد الزمنى للنبضات ، وللتغلب على هذه المشكلة يستخدم تشكيل مختلف للنبضات بحيث يكون نطاق التردد لهذا الشكل من التبضات محدودا ، و فى هذه الحالة سوف لا تكون النبضة محدودة فى الزمن ولكن يجب أن يكون التداخل بين الرموز صفر فى لحظات اتخاذ القرار عند الرمز الذى تمثله النبضة.

اعتبر نظام الاتصالات الرقمى المبين فى شكل (9.3)



شكل (9.3) عناصر نظام الاتصالات الرقمية

إذا كانت الاشارة الداخلة الممثلة لتشفير خط هى

$$y(t) = \sum_{k} a_k p(t - kT)$$

حيث الرمز a_k يأخذ قيما محددة يمكن كتابة هذه الإشارة

$$y(t) = [\sum_k a_k \delta(t - kT)] * p(t)$$

وتكون الإشارة الخارجة من المستقبل

$$r(t) = [\sum_k a_k \delta(t - kT)] * h(t)$$

$$r(t) = \sum_k a_k h(t - kT)$$

حث $h(t)$ تعطى بالعلاقة

$$h(t) = p(t) * h_T(t) * h_c(t) * h_R(t)$$

وهى الإشارة المستقبلة عند إرسال نبضة واحدة وتمثل استجابة المرشح المكافئ للنبضة الحادة فى الزمن ، لذلك تعطى الاستجابة الترددية $H(f)$ للمرشح المكافئ بـــ

$$H(f) = P(f) H_T(f) H_c(f) H_R(f)$$

وعادة تختار $h(t)$ لتعطى أقل ISI كما سيأتى تفصيله فيما بعد ولذلك يصمم مرشح المستقبل ليحقق العلاقة الآتية

$$H_R(f) = \frac{H(f)}{P(f) H_T(f) H_c(f)}$$

ويسمى فى هذه الحالة مرشح معادل equalizing filter و يعتمد كما يتضح من المعادلة الأخيرة على خواص القناة $H_c(f)$ وعلى مرشح المرسل $H_T(f)$ وعلى المرشح المكافئ $H(f)$ الذى يحقق أحد معايير نيكويست.

1.8.3 المعيار الأول لنيكويست First Nyquist Criterion

يحدد هذا المعيار مواصفات النبضة التى لا تسبب ISI بأن لها قيمة غير صفرية فى منتصفها $t=0$ و قيم صفرية فى اللحظات $t = \pm nT_o$ حيث n عدد صحيح موجب و T_o الزمن الفاصل بين نبضتين متتاليتين. بما أن اللحظات $t = \pm nT_o$ هى لحظات

أخذ العينات لاتخاذ القرار سوف تكون العينات المأخوذة من نبضة معينة كلها أصفارا فيما عدا العينة عند منتصف النبضة وبذلك لن تتداخل العينات الصفرية مع عينات النبضات الأخرى.

إذا حدد نطاق تردد النبضة بالمدى $f_o/2$ حيث $f_o = 1/T_o$ فان النبضة الوحيدة التى تحقق المعيار الأول لنيكويست هى النبضة "السينكية" المعرفة بـــ $p(t) = \text{sinc}(f_o t)$ و لها الخاصية التالية

$$p(t) = 0 \ @ \ t = 0, \ p(t) = 0 \ @ \ t = \pm nT_o$$

وباستخدام هذه النبضة يمكن نقل الرموز الرقمية بمعدل f_o رمز فى الثانية بدونISI فى قناة عرض نطاق ترددها $f_o/2$ لأن عرض النطاق الترددى لهذه النبضة يساوى $f_o/2$ كما سبق شرحه فى نظرية أخذ العينات ، و يمكن توليد هذه النبضة كاستجابة مرشح مثالى لامرار الترددات المنخفضة ideal LPF للنبضة الحادة $\delta(t)$ حيث

$$P(f) = H(f) = \text{rect}(f/f_o)$$

أى يمثل النبضة فى مجال التردد نفس الشكل المستطيل للاستجابة الترددية للمرشح رغم أن النبضة"السينكية" تحقق المعيار الأول لنيكويست فانه يعيبها أولا شدة حساسيتها للحظات أخذ العينات بحيث لو حدثت إزاحة صغيرة فى هذه اللحظات (نتيجة لوجود خطأ صغير فى معدل نقل الرموز أو معدل أخذ العينات) فان هذه الإزاحة تسبب ISI كبير يفسد عمل النظام ،و ذلك لأن النبضة السينكية تضمحل ببطء بمعدل يتناسب عكسيا مع الزمن. ثانيا تحتاج إلى مرشح مثالى ذى استجابة ترددية مستطيلة الشكل لتوليدها و هذا المرشح لايمكن تحقيقه عمليا

للتغلب على هذين العيبين تستخدم نبضات تضمحل بمعدل أسرع وفى نفس الوقت تولد بمرشح ذى استجابة ترددية ناعمة ولكن تحتاج إلى قناة اتصال نطاق ترددها

أكبر من $f_o/2$. للحصول على الشكل العام للنبضات p(t) التى تحقق المعيار الأول لنيكويست يلاحظ أن

$$p(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_o)=\delta(t)$$

وباستخدام سلسلة فورير لقطار النبضات الحادة

$$p(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{T_o}e^{jn2\pi f_o t}=\delta(t)$$

و بأخذ تحويل فورير لطرفى المعادلة الأخيرة

$$\frac{1}{T_o}\sum_{n=-\infty}^{\infty}P(f-nf_o)=1$$

$$\therefore\sum_{n=-\infty}^{\infty}P(f-nf_o)=T_o$$

أى أن الشكل الناتج من تكرار الاستجابة الترددية P(f) كل f_o يجب أن يكون ثابتا و مساويا لـ T_o.

بفرض أن عرض نطاق تردد قناة الاتصال يتراوح بين $f_o/2$ و f_o فان حدين فقط من الطرف الأيسر فى المعادلة الأخيرة يؤثران على المجموع فى مدى التردد $0 < f < f_o$

$$P(f) + P(f-f_o) = T_o \qquad 0 < f < f_o$$

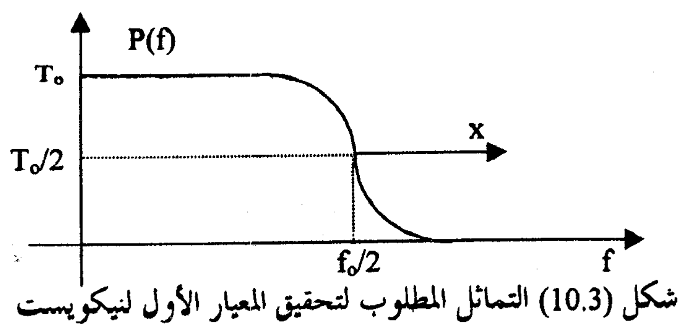
وبتعويض $x = f - f_o/2$

$$P(x + f_o/2) + P(x - f_o/2) = T_o \qquad |x| < f_o/2$$

أى أن P(f) يجب أن تحقق شرط التماثل الفردى حول النقطة $f = f_o/2$ كما يوضح شكل (10.3).

نظرا للتماثل الزوجى للدالة P(f) فان $P(f) = P(-f)$ ويصبح الشرط الأخير

$$P(f_o/2 + x) + P(f_o/2 - x) = T_o \qquad |x| < f_o/2$$



شكل (10.3) التماثل المطلوب لتحقيق المعيار الأول لنيكويست

ويلاحظ أن المرشح المثالى ذا الشكل المستطيل يحقق الشرط الأخير و كذلك شكل المثلث المتماثل و شكل شبه المنحرف و من أشهر أشكال P(f) التى تحقق الشرط الأخير و بالتالى المعيار الأول لنيكويست شكل منحنى جيب التمام المرتفع الكامل fully raised cosine المعطى بالعلاقة

$$P(f) = \frac{T_o}{2}[1+\cos\frac{\pi f}{f_o}] \qquad |f| \le f_o$$
$$= 0 \qquad |f| \ge f_o$$

وبأخذ تحويل فورير العكسى يصير شكل النبضة مع الزمن

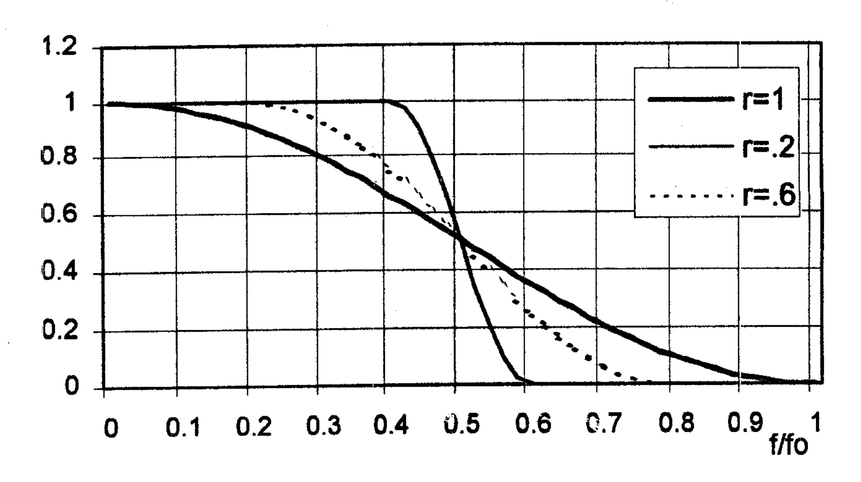
$$p(t) = \sin c(f_o t)\frac{\cos \pi f_o t}{1-4f_o^2 t^2}$$

تمتاز هذه النبضة بمعدل اضمحلال سريع يتناسب عكسيا مع مكعب الزمن $1/t^3$ وبوجود قيم صفرية إضافية نتيجة العامل الثانى فى المعادلة السابقة تقع فى منتصف القيم الصفرية للدالة السينكية كما يوضح شكل (11.3) ، ولكن يعيب هذه النبضة نطاق التردد الكبير.

يمكن تقليل هذا النطاق باستخدام منحنى جيب التمام المرتفع المنحدر بمعامل انحدار rolloff factor r والمعطى بالعلاقة التالية حيث يوجد جزء مفلطح وجزء منحدر فى الاستجابة الترددية كما فى شكل (11.3)

$$P(f)=\begin{cases} T_o & ;|f|<(1-r)f_o/2 \\ \frac{T_o}{2}[1-\sin\frac{\pi(f-f_o/2)}{rf_o}] & ;|f-f_o/2|\le rf_o/2 \\ 0 & ;|f|>(1+r)f_o/2 \end{cases}$$

وواضح أن نطاق التردد $(1+r)f_o/2$ أقل من f_o و اكبر من $f_o/2$ حيث أن $0<r$ <1 ، ويبين شكل (a.11.3) الاستجابة الترددية P(f).



شكل (a.11.3) الاستجابة الترددية P(f)

و بأخذ تحويل فورير العكسى يصير شكل النبضة مع الزمن

$$p(t)=\sin c(f_o t)\frac{\cos \pi r f_o t}{1-(2rf_o t)^2}$$

ويوضح شكل (b.11.3) الاستجابة الزمنية p(t)

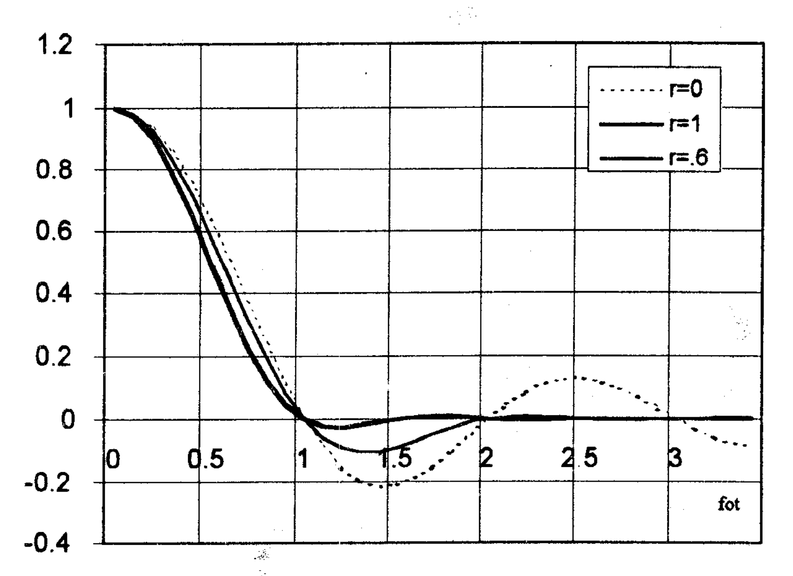
وتمتاز هذه النبضة بمعدل الاضمحلال السريع $1/t^3$ وتقل سعة تعرجاتها بزيادة معامل الانحدار r.

تمتاز النبضة فى حالة r = 1 بقلة حساسيتها للخطأ فى معدل أخذ العينات f_o أو ما يسمى برعشة التزامن timing jitter لذلك فان زيادة r يزيد اضمحلال النبضة

ولكن تزيد من نطاق التردد. أيضا المرشحات من طائفة جيب التمام المرتفع المنحدر يمكن تحقيقها عمليا بعكس المرشح المثالى المستطيل الشكل ولهذه الطائفة يكون نطاق التردد الكلى $B_t = (1+r)f_o/2$

أو أن معدل النبضات $f_o = \frac{1}{1+r} B_t$

لذلك لقناة اتصال نطاق ترددها B_t يكون أقصى معدل للنبضات فى حالة المرشح المثالى (أى $r = 0$) $f_{omax} = 2B_t$ أما فى حالة جيب التمام المرتفع الكامل ($r = 1$) يكون معدل للنبضات $f_o = B_t$



شكل (11.3)b الاستجابة الزمنية p(t) لجيب التمام المرتفع بانحدار r

2.8.3 المعيار الثاني لنيكويست Nyquist Second Criterion

يمكن باستخدامه نقل النبضات على قناة اتصال عرض نطاقها الترددى $f_o/2$ بمعدل يساوى f_o نبضة فى الثانية بدون ISI بطريقة تمكن من التحكم فيه بحيث يمكن إزالته بدون خطأ فى حالة عدم وجود ضوضاء.

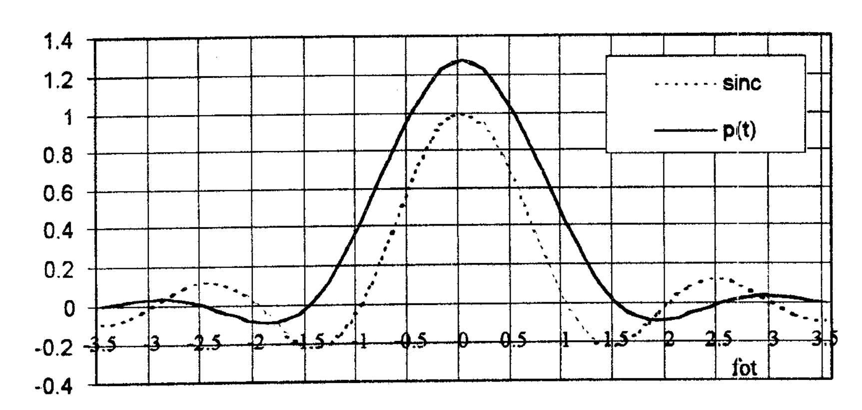
لأى نبضة تحقق المعيار الثاني لنيكويست يجب أن يكون

$$p(t) = \begin{cases} C & t = \pm T/2 \\ 0 & t = \pm nT/2 \end{cases} \qquad n = 3, 5, 7, \ldots$$

حيث C ثابت موجب ، وبالنظر إلى النبضة الناتجة من دالة جيب التمام المرتفع الكامل السابق تعريفها نجد أنها تحقق هذا الشرط غير أنها تحتاج إلى نطاق تردد عرضه f_o لنقل الرموز بمعدل f_o رمز فى الثانية ، ويمكن إثبات أن النبضة الوحيدة التى تحقق المعيار الثاني لنيكويست و تحتاج إلى نطاق تردد عرضه $f_o/2$ فقط هى

$$p(t) = \frac{2f_o}{\pi} \frac{\cos \pi f_o t}{1 - 4f_o^2 t^2}$$

ويبين شكل (a.12.3) هذه النبضة.



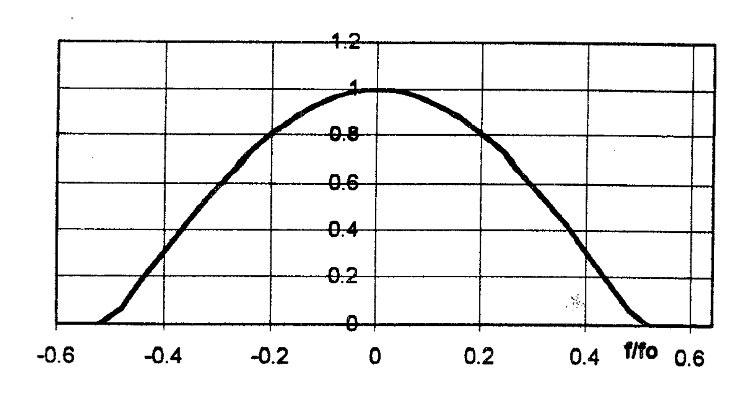
شكل (a.12.3) نبضة p(t) تحقق المعيار الثانى لنيكويست و النبضة السينكية

و يمكن إثبات أن تحويل فورير لها يعطى بالعلاقة

$$P(f) = \cos\left(\frac{\pi f}{f_o}\right) \text{rect}\left(\frac{f}{f_o}\right) \qquad (1.3)$$

أى يأخذ شكل دالة جيب تمام مقطوعة فى مجال التردد كما يبين شكل (b.12.3) .

و يلاحظ أن معدل الاضمحلال لهذه النبضة $1/t^2$ يتناسب عكسيا مع مربع الزمن. عند نقل البيانات الرقمية باستخدام هذه النبضة (تنقل نبضة موجبة لتمثيل 1 و نبضة سالبة لتمثيل 0) تؤخذ العينات التي يتخذ القرار بناءا عليها عند اللحظات = t $\pm nT_o/2$ حيث n عدد صحيح فردى، وبذلك تتكون العينة من مركبتين أحدهما من نبضة أولى و مقدارها $\pm C$ والأخرى من النبضة التالية و مقدارها $\pm C$ وبذلك



شكل (b.12.3) الاستجابة الترددية P(f)

يكون مقدار العينة

2C فى حال نقل 11،

-2C فى حال نقل 00،

2C فى حال نقل 01 أو 10.

ولذلك فقاعدة الكشف المستخدمة لاتخاذ القرار هى:

قرر 1 إذا كانت العينة موجبة، و قرر 0 إذا كانت العينة سالبة، وقرر عكس الرمز السابق إذا كانت العينة صفرا.

فيما يلى مثال لمتتابعة و كيفية اتخاذ القرار بناءا على العينة الحالية (وأيضا القرار السابق فى حالة العينة الصفرية)

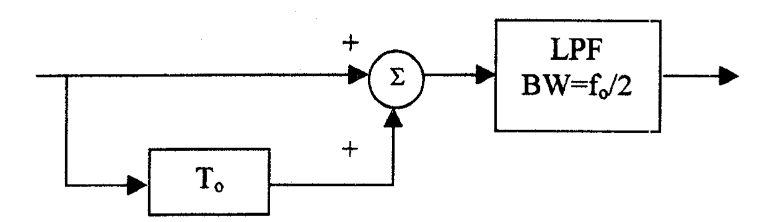
المتتابعة 1 1 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1

العينة + 0 0 + 0 - - 0 0 0 + +

القرار 1 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1

يلاحظ من فحص العينات وجود عدد زوجى من الأصفار بين عينتين لهما نفس القطبية و وجود عدد فردى من الأصفار بين عينتين مختلفتين فى القطبية، وبذلك يمكن استغلال هذه الملحوظة فى اكتشاف أى خطأ فردى إذا خولفت.

مما سبق يتبين أنه يمكن نقل الرموز الثنائية بمعدل f_o مساوى لضعف نطاق تردد القناة وهذا يسمى النظام الثنائى المضاعف duobinary حيث يعنى الشق duo مضاعفة معدل النقل وذلك بنقل رموز ثلاثية فى الحقيقة (-, 0, +) و يمكن توليد نبضات إشارات الثنائى المضاعف كما فى شكل (13.3) حيث يتكون الدخل من قطار نبضات حادة قطبية $\sum_i b_i \delta(t - iT_o)$ حيث $b_i = \pm 1$



شكل (13.3) نظام توليد إشارة الثنائى المضاعف

يمكن تمثيل دالة النقل للجزء الأيسر لهذا الشكل بالعلاقة

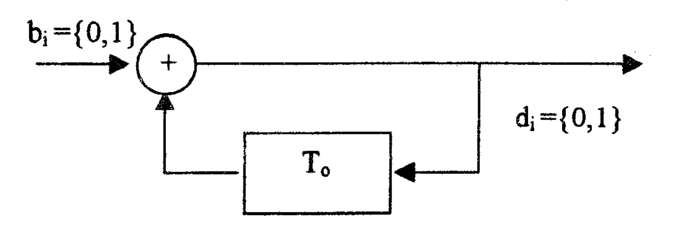
$$
\begin{aligned}
H_D(f) &= 1 + \exp(-j2\pi f T_o) \\
&= 2\exp(-j\pi f T_o)\cos \pi f t_o
\end{aligned}
$$

أما دالة النقل الكلية فى مجال التردد فهى

$$H_{eD}(f) = H_D(f)\mathrm{rect}(\frac{f}{f_o})$$
$$= 2\exp(-j\pi f T_o)\cos\frac{\pi f}{fo}\mathrm{rect}(\frac{f}{f_0})$$

و يلاحظ أن $|H_{eD}(f)|$ هى نفس $P(f)$ المعطاة بالمعادلة (1.3) أى دالة جيب تمام مقطوعة مع وجود زمن تأخير $T_o/2$.

مما سبق يتضح أنه باستخدام duobinary يمكن نقل الرموز الرقمية الثنائية بمعدل f_o رمز فى الثانية على قناة عرض نطاق ترددها $f_o/2$وبدون ISI ، كما تتميز هذه الطريقة بسهولة تطبيقها عمليا و بوجود خاصية اكتشاف الأخطاء الفردية وبعدم حساسية الأداء للازاحات الزمنية الصغيرة فى أخذ العينات حيث أن النبضة تضمحل بمعدل $1/t^2$. لكن يعيبها أن الطيف ليس صفرا عند $f=0$كم يعيبها انتشار الأخطاء. يمكن علاج العيب الثانى باستخدام التشفير القبلى precoding كما يلى



شكل (14.3) مشفر قبلى لإشارة الثنائى المضاعف

إذا كان $\{b_i\}$ يعبر عن سيل الرموز الثنائية الداخلة و $\{d_i\}$ عن سيل الرموز الخارجة يكون

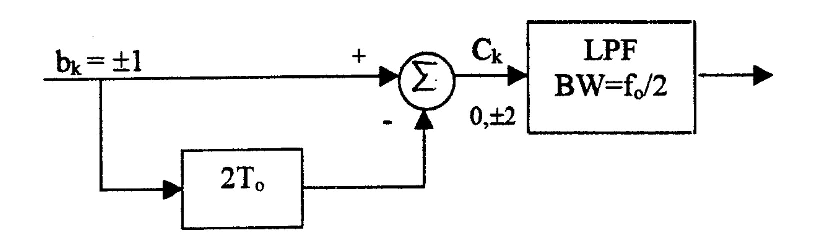
$$d_i = b_i \oplus d_{i-1}$$

ولذلك إذا كان الرمز الداخل $b_i = 0$ يكون الرمز الخارج مماثلا للرمز الخارج السابق و إذا كان الرمز الداخل $b_i = 1$ يكون الرمز الخارج مخالفا للرمز الخارج

السابق ، وتحول الرموز الخارجة الى قطبية وتولد النبضات كما سبق شرحه ، و بذلك تكون العينة التى تصل للمستقبل موجبة أو سالبة فى حالة إرسال 0 ، وتكون 0 فى حالة إرسال 1، لذلك فقاعدة اتخاذ القرار هى:

إذا كانت العينة المستقبلة صفرا ، قرر 1 ،و إذا كانت العينة المستقبلة موجبة أو سالبة ، قرر 0

للتغلب على العيب الأول يمكن استخدام نظام إشارة الثنائى المضاعف المعدلة modified duobinary لجعل الطيف صفرا عند f = 0 ويبين شكل (15.3) هذا النظام حيث يتكون الدخل من قطار النبضات الحادة القطبية.



شكل (15.3) نظام توليد نبضات اشارة الثنائى المضاعف المعدلة

$$C_k = b_k - b_{k-2}$$

أى مازال الرمز الخارج C_k ثلاثيا (-2, 0,+2) و تكون دالة النقل للجزء الأيسر مع التردد

$$H_m(f) = 1 - \exp[-j2\pi f(2T_o)] = 2j\exp(-j2\pi f T_o)\sin 2\pi f T_o$$

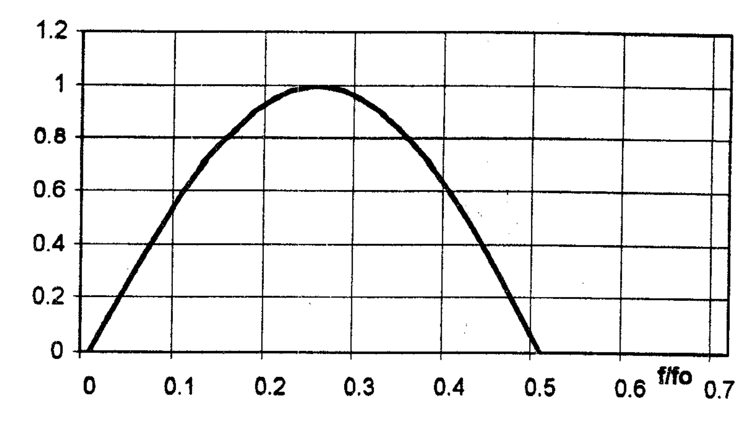
وتكون دالة النقل الكلية مع التردد

$$H_{em}(f) = 2j\exp(-j2\pi f T_o)\sin 2\pi f T_o \mathrm{rect}(f/f_o)$$

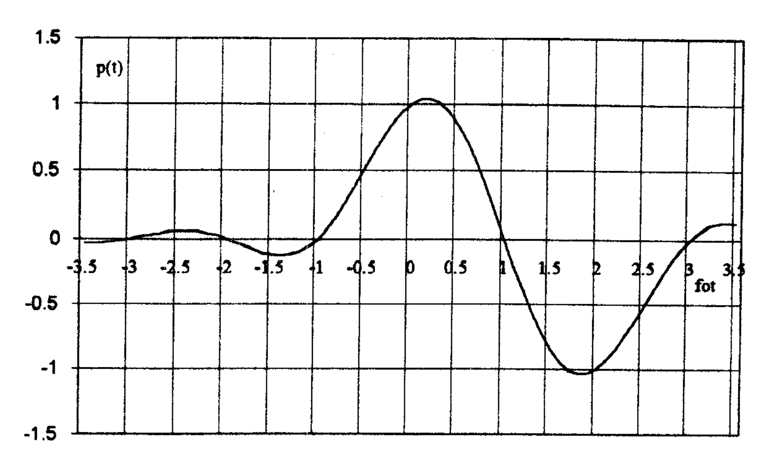
ويبين شكل (16.3) الاستجابة الترددية التى تعطى قيمة صفرية عند f = 0.

ولذلك فان النبضة الناتجة p(t) تعطى بتحويل فورير العكسى

$$p(t) = f_0 \sin c(f_0 t) - f_0 \sin cf_0(t - 2T_0)$$
$$= -\frac{2\sin \pi f_0 t}{\pi f_0 t(t - 2T_0)}$$



شكل (16.3) الاستجابة الترددية $|H_{em}(f)|$ لنظام توليد اشارة الثنائى المضاعف المعدلة



شكل (17.3) نبضة إشارة الثنائى المضاعف المعدلة

ويبين شكل (17.3) النبضة الناتجة.في هذا النظام تؤخذ العينات عند اللحظات $t = nT_o$ حيث n عدد صحيح وبذلك يحدث تداخل بين الرموز لأن قيمة العينة تتكون من مركبتين أحدهما نتيجة النبضة الحالية والأخرى نتيجة النبضة قبل السابقة. يلاحظ أن الرمز الخارج C_k يأخذ ثلاث قيم وكذلك العينة المكونة من مركبتين.

تكون العينة موجبة إذا كان $b_k = -b_{k-2} = 1$ لأن $C_k = +2$

تكون العينة صفرا إذا كان $b_k = b_{k-2}$ لأن $C_k = 0$

تكون العينة سالبة إذا كان $b_k = -b_{k-2} = -1$ لأن $C_k = -2$

لذلك فان قاعدة الكشف المستخدمة لاتخاذ القرار هى:

قرر أن الرمز المرسل 1 إذا كانت العينة موجبة،

قرر أن الرمز المرسل 1- إذا كانت العينة سالبة،

قرر أن الرمز المرسل مماثل للرمز المرسل قبله بفترتين إذا كانت العينة صفرا.

نظرا لصعوبة بناء المرشح ذى الشكل الجيبى المقطوع المعطى بالمعادلة

$$|H_{em}(f)| = 2\sin\frac{2\pi f}{fo}\,\mathrm{rect}(\frac{f}{f_0})$$

تعدل المعادلة كالآتى

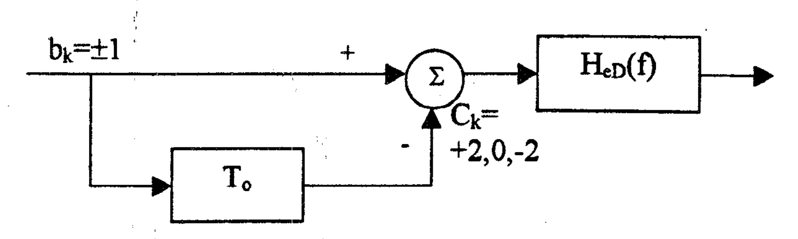
$$|H_{em}(f)| = 4\sin\frac{\pi f}{f_0}\cos\frac{\pi f}{f_0}\,\mathrm{rect}(\frac{f}{f_0})$$

$$H_{em}(f) = 2je^{-j2\pi fT_0}[e^{j\pi fT_0} - e^{-j\pi fT_0}]\cos\frac{\pi f}{f_0}\,\mathrm{rect}(\frac{f}{f_0})$$

$$= 2je^{-j\pi fT_0}[1 - e^{-j2\pi fT_0}]\cos\frac{\pi f}{f_0}\,\mathrm{rect}(\frac{f}{f_0})$$

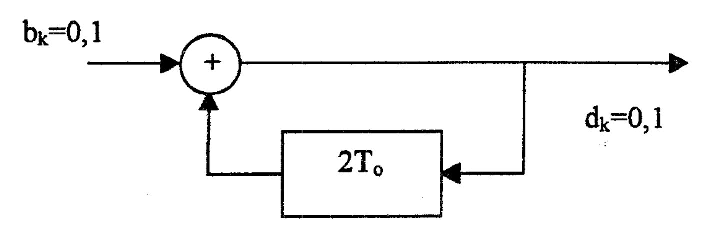
$$= [1 - e^{-j2\pi fT_0}]H_{eD}(f)$$

حيث $H_{eD}(f)$ تمثل المرشح المستخدم فى حالة الثنائى المضاعف، وبذلك يمكن استنتاج نظام التوليد المبين فى شكل (18.3) الذى يحقق العلاقة الأخيرة كما أن من السهل بناءه عمليا.



شكل (18.3) توليد إشارة الثنائى المضاعف المعدلة

يلاحظ أن قاعدة الكشف تعتمد فى قرارها على الرمز السابق بفترتين مما يسبب انتشار الأخطاء ، لذلك يمكن استخدام التشفير القبلى كما يلى



شكل (19.3) التشفير القبلى لإشارة الثنائى المضاعف المعدلة

$$d_k = b_k \oplus d_{k-2}$$

من المعادلة الأخيرة نستنتج أن الرمز الخارج من التشفير القبلى يكون مماثلا للرمز الخارج قبله بفترتين اذا كان $b_k = 0$، أو مخالفا له اذا كان $b_k = 1$. بعد التشفير القبلى تحول الرموز الخارجة الى قطبية ثم تشكل النبضات كما سبق شرحه.

$$C_k = d_k - d_{k-2}$$
$$= (b_k \oplus d_{k-2}) - d_{k-2}$$

لذلك تكون العينة المستقبلة $C_k = 0$ إذا كان $b_k = 0$

وتكون $C_k = \pm 2$, إذا كان $b_k = 1$

لذلك تكون قاعدة اتخاذ القرار هى:

قرر 0 فى حالة استقبال عينة صفرية و قرر 1 فى حالة استقبال عينة موجبة أو سالبة

بذلك يمكن استخدام نظام الثنائى المضاعف المعدل الذى لا يحتاج إلى قناة قرن للتيار المستمر و كذلك لا يحتاج إلى انحدار حاد فى الاستجابة الترددية للمرشح المستخدم فى توليد النبضات فى نقل النبضات على قناة اتصال عرض نطاقها الترددى $f_o/2$ هرتز بمعدل يساوى f_o نبضة فى الثانية بدون ISI.

4.8.3 المعيار الثالث لنيكويست Nyquist Third Criterion

تصمم النبضة بحيث تكون المساحة تحتها لا تساوى صفرا فى فترة الرمز وتكون صفرا فى فترات الرموز المجاورة. فإذا كانت p(t) تمثل الرمز المنتقل فى الفترة من – T/2 إلى T/2

$$\int_{nT-T/2}^{nT+T/2} p(t)dt = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

وفى جهاز الاستقبال الذى يستخدم دائرة تكامل، تقاس المساحة فى كل فترة تراسل وبناءا على إشارة هذه المساحة يتخذ القرار. لذلك إذا استخدمت نبضة تحقق المعيار الثالث لنيكويست تكون العينة الناتجة من حساب المساحة خالية من التداخل بين الرموز لأن المساحات الناتجة عن الرموز المجاورة ستكون أصفارا.

فيما يلى سنبرهن أن النبضة التى تحقق المعيار الثالث لنيكويست يمكن توليدها بواسطة مرشح استجابته الترددية

$$P(f) = \frac{rect(f/f_o)}{\sin c(f/f_o)} \qquad (2.3)$$

البرهان:

$$\int_{-T/2}^{T/2} p(t)dt = p(t) * rect(t/T)|_{t=0} = y(0)$$

وذلك باستخدام التعريف الرياضى للالتفاف convolution فى مجال الزمن. ولكن من خصائص تحويل فورير أن الالتفاف فى مجال الزمن يناظره ضرب فى مجال التردد، لذلك باستخدام المعادلة (2.3)

$$y(0) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(f)df = \int_{-\infty}^{\infty} P(f)T\sin c(fT)df = \int_{-\infty}^{\infty} Trect(f/f_o)df = 1$$

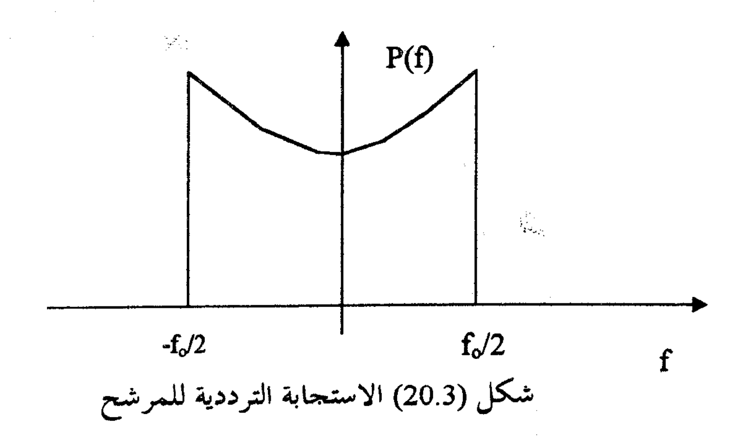
$$y(nT) = \int_{nT-T/2}^{nT+T/2} p(t)dt = p(t) * rect(t/T)|_{t=nT}$$

$$= p(t) * rect(\frac{t-nT}{T})|_{t=0}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} P(f)\sin c(fT)e^{-j2\pi fnT}df$$

وباستخدام المعادلة (2.3)

$$y(nT) = \int_{-\infty}^{\infty} Trect(f/f_o)e^{-j2\pi fnT}df = \sin c(n) = 0 \quad ; n \neq 0$$



شكل (20.3) الاستجابة الترددية للمرشح

يوضح شكل (20.3) الاستجابة الترددية P(f) والتي يصعب تحقيقها عمليا.

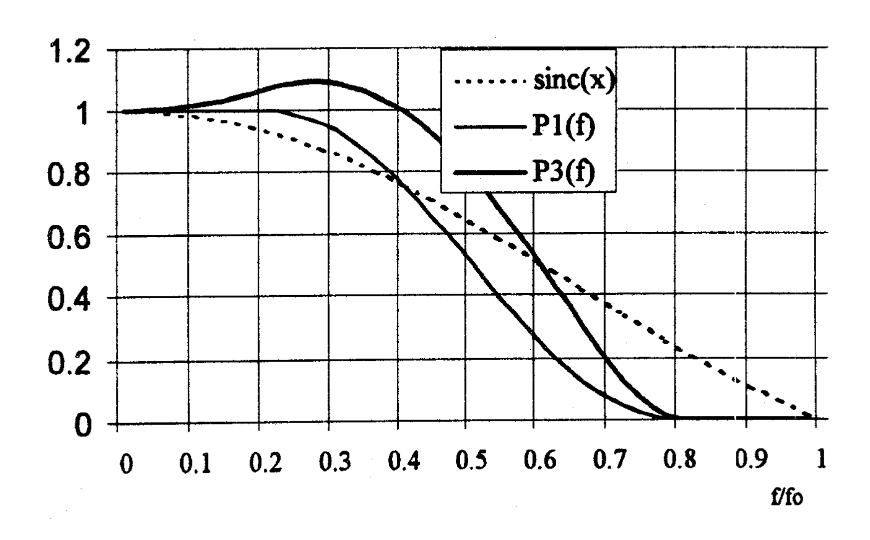
من البرهان السابق يتضح أن الاستجابة الترددية $P_3(f)$ المعطاة بالعلاقة

$$P_3(f) = P_1(f)/\mathrm{sinc}(fT)$$

سوف تحقق المعيار الثالث لنيكويست إذا كانت $P_1(f)$ تحقق المعيار الأول لنيكويست وذلك لأن

$$\int_{nT-T/2}^{nT+T/2} p_3(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} TP_1(f)e^{-j2\pi fnT}df = Tp_1(nT) = \begin{cases} T; n = 0 \\ 0; n \neq 0 \end{cases}$$

و باستخدام $P_1(f)$ دالة جيب تمام مرتفع بانحدار r تكون $P_3(f)$ لها شكل انحدار ناعم بحيث يسهل تحقيقه عمليا كما يوضح شكل(21.3).



شكل (21.3) استجابة ترددية ذات انحدار ناعم تحقق المعيار الثالث لنيكويست

الباب الرابع: طرق التضمين الرقمى للموجة الحاملة
Digital Carrier Modulation

لنقل المعلومات الرقمية فى قنوات اتصال ذات ترددات مرتفعة تستخدم موجة جيبية ذات تردد مرتفع كموجة حاملة ويغير أحد خواص هذه الموجة مثل السعة أو التردد أو الطور تبعا للتغيرات فى المعلومات الرقمية ونظرا لأن البيانات الرقمية تأخذ قيما محددة فان خاصية الموجة الحاملة سوف تأخذ أيضا قيما محددة تزاح من واحدة لأخرى.

1.4 طرق التضمين الرقمى الثنائى Binary Digital Modulation

فى هذه الطرق تكون البيانات الرقمية ثنائية أى تأخذ أحد الرقمين واحد أو صفر وبالتالى فخاصية الموجة الحاملة المتغيرة طبقا للبيانات سوف تأخذ إحدى قيمتين كما يبين شكل (1.4) حيث تأخذ سعة الموجة الحاملة القيمة صفر أو واحد فى (a) ، بينما يتبدل تردد الموجة الحاملة فى (b) من تردد لتردد ثانى ، أويأخذ طورها القيمة صفر أو π ، و فيما يلى شرح تفصيلى لهذه الاشارات.

4 تبديل الفتح والقفل On Off Keying(OOK)

وتسمى أيضا بتبديل إزاحة السعة الثنائية Binary Amplitude Shift Keying أو باختصار BASKحيث تتبدل سعة الموجة الحاملة بين قيمتين أحدهما صفر بالفتح و القفل باستخدام إشارة ثنائية أحادية القطبية m(t) تأخذ أحد القيمتين واحد أو صفر فتصير الإشارة المناظرة نبضة جيبية أو صفرا خلال زمن نقل الإشارة الثنائية كما يلى

$$S_{ook}(t) = A_c \cos \omega_c t \quad , \text{if } m(t) = 1$$
$$= 0 \quad , \text{if } m(t) = 0$$

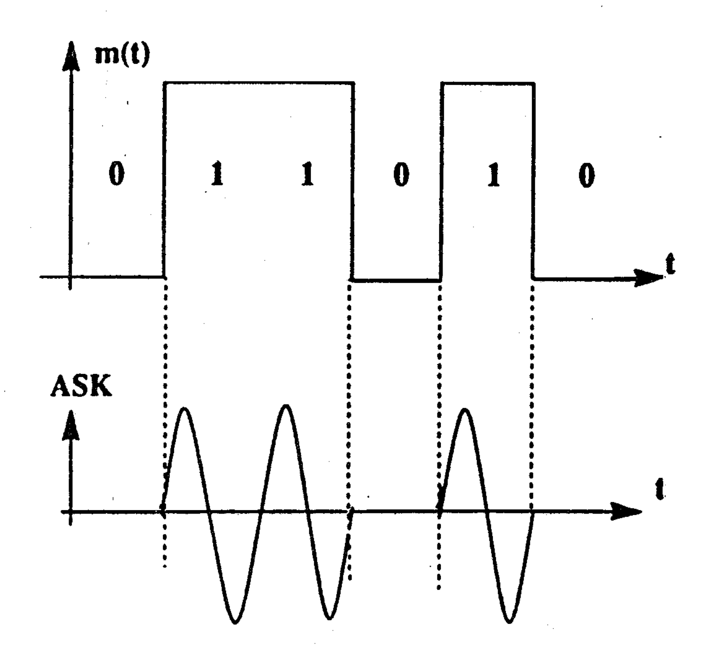
حيث A_c أقصى سعة للإشارة ويمكن تمثيلها بالمعادلة

$$S_{ook}(t) = A_c m(t) \cos \omega_c t$$

كذلك إذا عرفت إشارة الغلاف $g(t) = A_c m(t)$

تصبح إشارة OOK

$$S_{ook}(t) = g(t) \cos \omega_c t$$



شكل (a.1.4) اشارة التضمين الرقمى الثنائى ASK

وقد سبق اشتقاق كثافة القدرة الطيفية للإشارة $m(t)$ لذلك فكثافة القدرة الطيفية لإشارة الغلاف

$$S_g(f) = \frac{A_c^2}{4}\left[\delta(f) + T \sin c^2(fT)\right]$$

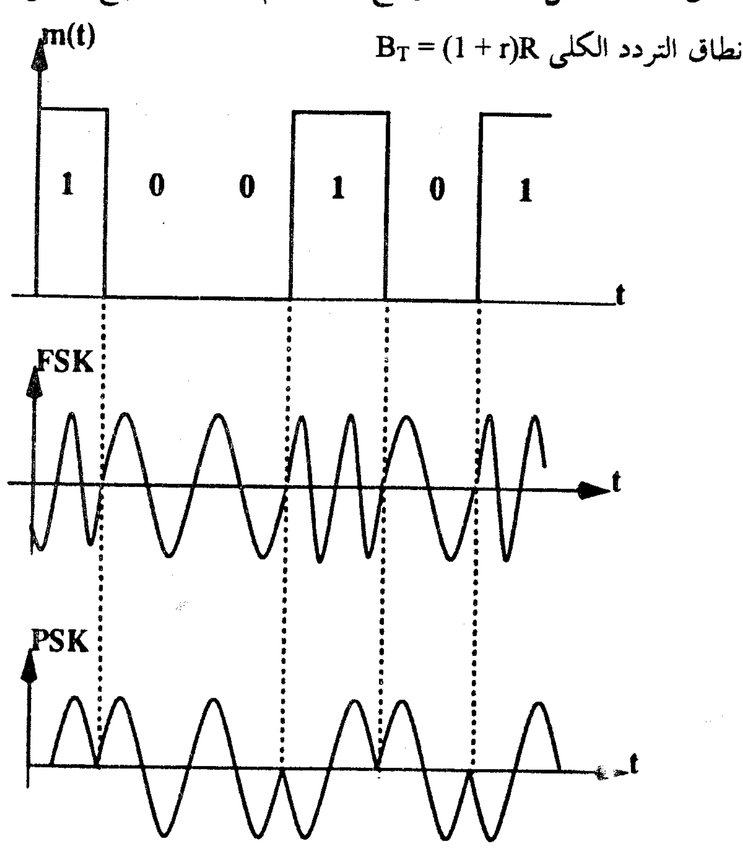
وتصير كثافة القدرة الطيفية للإشارة المضمنة

$$S_s(f)=\frac{1}{4}\left[S_g(f-f_c)+S_g(f+f_c)\right]$$

$$=\frac{A_c^2}{16}\left[\delta(f-f_c)+T\sin c^2((f-f_c)T)+\delta(f+f_c)+T\sin c^2(f+f_c)T)\right.$$

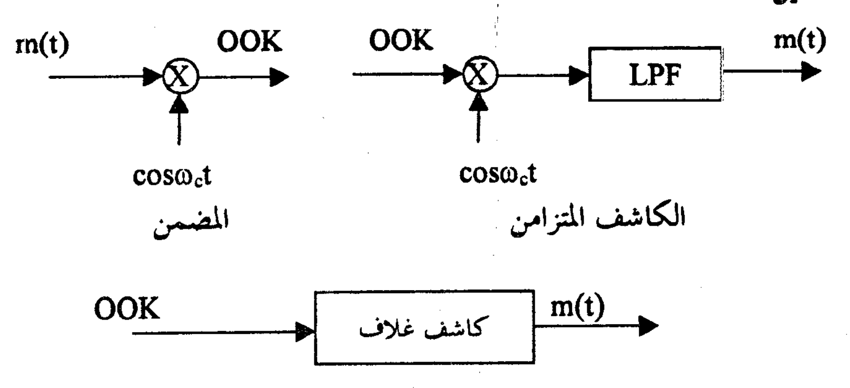
أى يحتوى الطيف على مركبة مركزة عند f_c وأخرى مستمرة حول الأولى نطاق فصها الأساسي 2/T أى ضعف معدل نقل البيانات R هذا بفرض استخدام شكل مستطيل للنبضات الثنائية

أما فى حالة تشكيل النبضات بمرشح جيب تمام منحدر مرفوع بمعامل انحدار r يصير نطاق التردد الكلى $B_T = (1 + r)R$



شكل (b.1.4) اشارة التضمين الرقمى الثنائى FSK و PSK

يمكن كشف إشارة OOK باستخدام كاشف الغلاف أو الكاشف المتزامن لكن النوع الأول يتميز بالبساطة ويبين شكل (4.2) المكونات الأساسية للمضمن و الكاشفين.



الكاشف الغير متزامن

شكل (2.4) التضمين والكشف لإشارة OOK

بعد كشف الإشارة m(t) تؤخذ عينة فى كل فترة T وبناءا على قيمتها يقرر هل أرسل واحد أو صفر فى هذه الفترة.

2.1.4 تبديل إزاحة الطور الثنائى Binary Phase Shift Keying

(باختصار BPSK) حيث يبدل طور الموجة الجيبية الحاملة بين قيمتين هما صفر و 180° أو ±90°

$$S_{BPSK}(t) = A_c \cos(\omega_c t \pm \pi/2) \quad \text{if } m(t) = \pm 1$$

يلاحظ أن الإشارة الثنائية المستخدمة للتضمين من النوع القطبى و يمكن صياغة المعادلة السابقة كالتالى

$$S_{BPSK}(t) = A_c \cos(\omega_c t + D_p m(t))$$

حيث $D_p=\pi/2$ يسمى معامل التضمين.

أيضا يمكن كتابة الإشارة بالصيغة التالية

$$S_{BPSK}(t) = \pm A_c \sin \omega_c t \quad \text{if } m(t) = \mp 1$$
$$= -A_c m(t) \sin \omega_c t$$

وبتعريف إشارة الغلاف $g(t) = A_c m(t)$

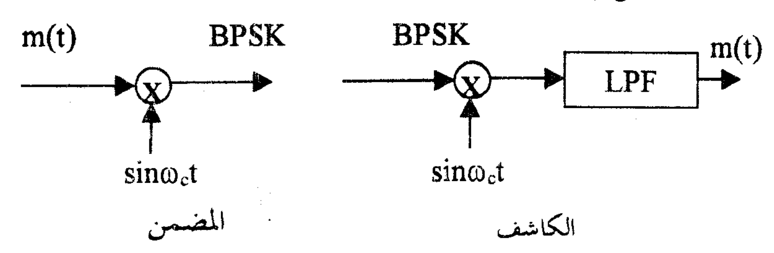
$$S_g(f) = A_c^2 T \sin c^2(fT)$$

وتصبح كثافة القدرة الطيفية لإشارة BPSK

$$S_s(f) = \frac{A_c^2}{4}\left[T \sin c^2(f - f_c)T + T \sin c^2(f + f_c)T\right]$$

ويلاحظ أنها نفس الطيف لإشارة OOK عدا أنها لاتحتوى على مركبة مركزة كما أن متوسط القدرة $A_c^2/2$ فى حالة PSK لكنه $A_c^2/4$ فى حالة OOK والإشارتان لهما نفس نطاق التردد اللازم للإرسال.

فى حالة PSK لابد من استخدام الكاشف المتزامن ، وحيث لاتوجد مركبة مركزة فى طيف الإشارة يحتاج جهاز الاستقبال إلى معدات إضافية لاستخراج الموجة الحاملة (مثل إطار كوستاسCostas loop) ويوضح شكل (3.4) المكونات الأساسية للمضمن و الكاشف.



شكل (3.4) التضمين والكشف لإشارة BPSK

ويمكن استبدال LPF بدائرة تكامل و إخماد لتحسين الأداء فى وجود الضوضاء.

3.1.4 تبديل إزاحة التردد الثنائى Binary Frequency Shift Keying

أو باختصار BFSKحيث يستخدم ترددين للموجة الحاملة أحدهما يمثل الصفر و الآخر يمثل الواحد،وهناك نوعان لهذه الإشارة حسب طريقة التوليد فى النوع الأول المستمر الطور تولد الإشارة باستخدام مضمن تردد يتحكم فى تردده بواسطة الإشارة الثنائية m(t) ونظرا لأن الإشارة m(t) تتبدل سعتها بالإزاحة من قيمة لأخرى فان الإشارة BFSK المولدة يبدل ترددها بالإزاحة من قيمة لأخرى مع استمرار الطور مع الزمن ويمكن تمثيلها بالمعادلة

$$S_{FSK}(t) = A_c \cos[\omega_c t + D_f \int_0^t m(t)dt]$$

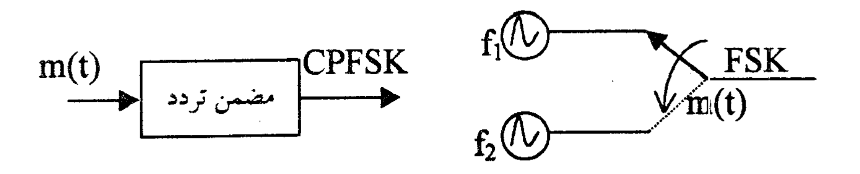
أى يكون ترددها اللحظى $f_c + (D_f/2\pi)m(t)$

حيث D_f معامل التضمين و الإشارة m(t) تتبادل القيمتين ± 1

$$f_{1,2} = f_c \pm D_f/2\pi$$

ويلاحظ أن الانحراف الأقصى للتردد عن f_c هو $\pm D_f/2\pi$

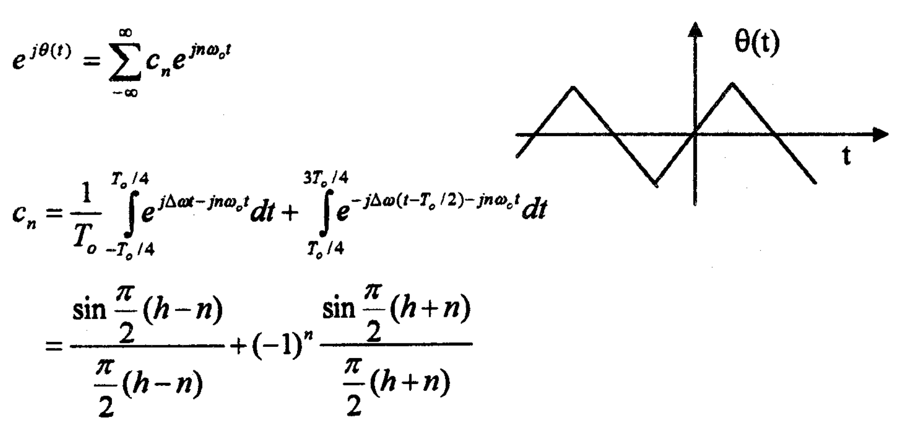
أما النوع الثانى لإشارة BFSK فيتميز بطور غير مستمر ويمكن توليد الإشارة باستخدام مذبذبين تردد أحدهما f_1 وتردد الآخر f_2 وتؤخذ إشارة الخرج من أحدهما أثناء الفترة T_b حيث يختار أحد الترددين بالتحكم فى مفتاح تبديل بواسطة الإشارة m(t) كما فى شكل (4.4).



شكل (4.4) التضمين لإشارة FSK

من الصعب حساب طيف إشارة FSK إلا فى حالات خاصة يوضحها المثال التالى.

مثال: اعتبر الإشارة m(t) تتكون من ± 1 بالتبادل دوريا ، لذلك يصبح انحراف الطور $\theta(t)$ دالة دورية فى الزمن و يمكن تحليل الدالة بسلسلة فورير كما يلى حيث $\theta(t)= \pm 2\pi\Delta f t$



$$e^{j\theta(t)} = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_o t}$$

$$c_n = \frac{1}{T_o} \int_{-T_o/4}^{T_o/4} e^{j\Delta\omega t - jn\omega_o t} dt + \int_{T_o/4}^{3T_o/4} e^{-j\Delta\omega(t - T_o/2) - jn\omega_o t} dt$$

$$= \frac{\sin\frac{\pi}{2}(h-n)}{\frac{\pi}{2}(h-n)} + (-1)^n \frac{\sin\frac{\pi}{2}(h+n)}{\frac{\pi}{2}(h+n)}$$

حيث h معامل التضمين ويعرف بأنه النسبة بين التأرجح الأقصى للتردد $2\Delta f$ و معدل نقل البيانات R أى أن $h = \Delta f T_o = 2\Delta f T$

لذلك يمكن كتابة معادلة الإشارة s(t)

$$s(t) = \mathrm{Re}\{ A_c e^{j\omega_c t} \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_o t} \}$$

$$= \mathrm{Re}\{ A_c \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{j(\omega_c + n\omega_o t)} \}$$

$$= A_c \sum_{-\infty}^{\infty} c_n \cos(\omega_c + n\omega_o t)$$

f_o f_c f

شكل (5.4) مثال لطيف FSK

لذلك يتكون الطيف من مركبات مركزة حول $f_c + n/2T_b$ شدتها $|c_n|$ كما يوضح شكل (5.4) ، ويمكن تقدير نطاق تردد إشارة FSK باستخدام قاعدة كارسون

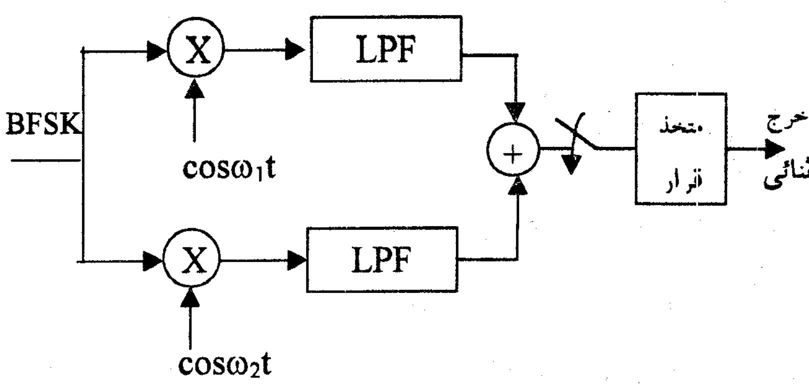
$B_T = 2(\Delta f + B) = 2(\beta + 1)B$

حيث B نطاق تردد الإشارة m(t) وحيث أن $\beta = \Delta f / B$ هو معامل التضمين

إذا كانت $\Delta f << B$ (أى أن $\beta << 1$) تصير الإشارة ضيقة النطاق narrowband

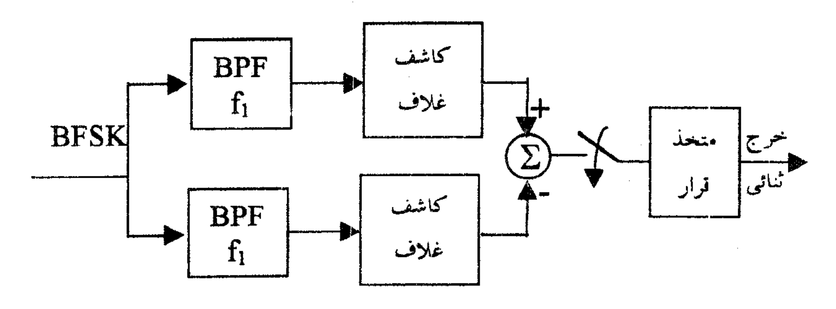
وإذا كانت $\Delta f >> B$ (أى أن $\beta >> 1$) تصير الإشارة عريضة النطاق wideband.

يمكن كشف إشارة FSK باستخدام كاشف متزامن أو كاشف غير متزامن،ويوضح شكل (6.4) تركيب الكاشف المتزامن.



شكل (6.4) الكاشف المتزامن لإشارة BFSK

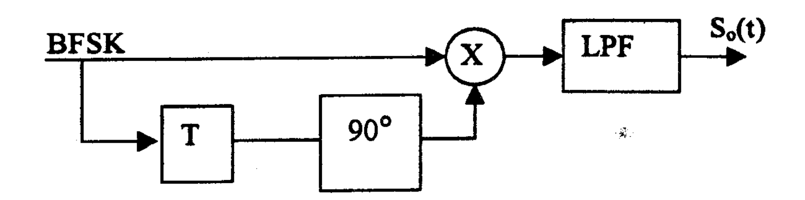
ويوضح شكل (7.4) تركيب كاشف غير متزامن.



شكل (7.4) الكشف الغير متزامن لإشارة BFSK

ويستخدم هذا الكاشف فرعين يتكون كل فرع من كاشف للغلاف بعد مرشح امرار حزمة BPF وسوف يحلل أداء هذه الكواشف فى وجود الضوضاء فيما بعد.

كما يبين شكل (8.4) كاشف تفاضلى يتكون من وحدة تأخير ومزيح للطور بمقدار 90 درجة ثم وحدة ضرب يتلوها مرشح امرار ترددات منخفضة LPF.



شكل (8.4) الكاشف التفاضلى أحادى التأخير

بفرض أن الإشارة الداخلة s(t) هى

$$s(t) = A_c \cos[\omega_c t + \theta(t)]$$

حيث θ (t) هى انحراف الطور نتيجة تضمين المعلومات الرقمية.وتكون الإشارة الداخلة إلى المرشح هى

$$A_c^2 \cos[\omega_c t + \theta(t)] \sin[\omega_c (t - T) + \theta(t - T)]$$
$$= \frac{1}{2} A_c^2 \{\sin[\theta(t) - \theta(t - T)] + \sin[2\omega_c t + \theta(t) + \theta(t - T)]\}$$

حيث تم فرض أن $\omega_c T = n2\pi$ حيث n عدد صحيح

وبذلك يكون الحد الأول هو الخارج من المرشح

$$s_o(t) = \frac{1}{2} A_c^2 \sin[\theta(t) - \theta(t - T)]$$
$$= \frac{1}{2} A_c^2 \sin(\pm h\pi) \text{for } \pm 1$$

ويلاحظ أن الفرق بين قيمتى الإشارة الناتجة فى حالة إرسال ±1 يكون أكبر مايمكن إذا كانت h=0.5 لأن قيمتى الإشارة تصيران $\pm A_c^2/2$ فى حالتى إرسال

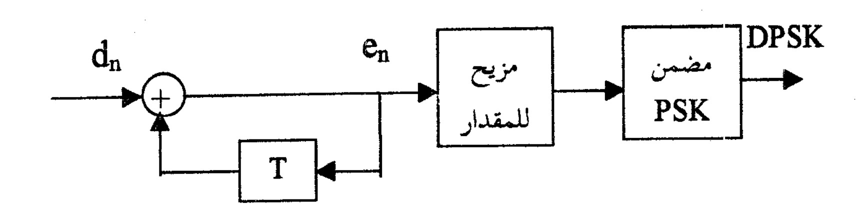
± 1 على الترتيب.

تسمى هذه الحالة الخاصة تبديل الإزاحة الدنيا Minimum Shift Keying لأنها تناظر أقل إزاحة تردد لتعطى موجتين جيبيتين متعامدتين كما سيتم بيانه فيما بعد.

4.1.4 تبديل إزاحة فرق الطور Differential Phase Shift Keying

أو باختصار .DPSK وتستخدم هذه الإشارة بدلا من PSK التى تحتاج إلى كاشف متزامن كما سبق ذكره حيث تنقل المعلومات الرقمية فى حالة DPSK فى فرق الطور بدلا من الطور المطلق كما فى إشارة PSK ، وبذلك يمكن استخدام كاشف تفاضلى لاستخراج المعلومات من الإشارة.

يتكون المضمن من مشفر قبلى و مزيح للمقدار ثم مضمن كما فى شكل (9.4).



شكل (9.4) مضمن إشارة DPSK

باستخدام مشفر قبلى تتحول المعلومات الرقمية الثنائية $\{d_n\}$ إلى تغيرات فى المتتابعة الرقمية $\{e_n\}$ حيث .

$$e_n = d_n \oplus e_{n-1}$$

ثم يحول الرمز 0 إلى مقدار سالب والرمز 1 إلى مقدار موجب فى مزيح المقدار و أخيرا بالتحكم فى طور المذبذب داخل مضمن PSK تنتج إشارة DPSK التى يكون طورها صفرا إذا كان $e_n = 0$ وطورها π إذا كان $e_n = 1$ كما يتضح من المثال التالى

الرمز الداخل d_n 1 1 0 1 0 0 1

الرمز المشفر e_n 1 0 1 1 0 0 0 1

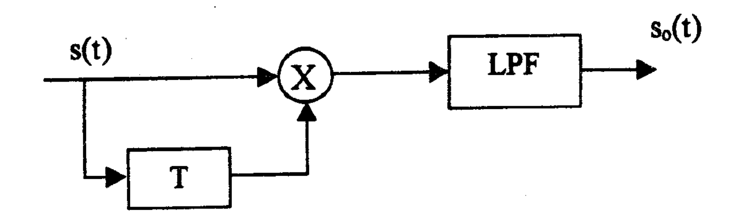
الطور θ π 0 π π 0 0 0 0 π

ويمكن كتابة إشارة DPSK كما يلى

$$s(t) = A_c \cos(\omega_c t + \theta(t))$$

حيث أن التغيرات فى الطور $\theta(t)$ تعتمد على المعلومات الثنائية d_n.

ويتكون الكاشف التفاضلى كما فى شكل (10.4).



شكل (10.4) الكاشف التفاضلى لإشارة DPSK

الإشارة الداخلة إلى مرشح الترددات المنخفضة LPF هى

$$s(t)s(t-T) = A_c \cos[\omega_c t + \theta(t)] A_c \cos[\omega_c (t-T) + \theta(t-T)]$$

$$= \frac{1}{2} A_c^2 \cos[\theta(t) - \theta(t-T)] + \frac{1}{2} A_c^2 \cos[2\omega_c t + \theta(t) + \theta(t-T)]$$

حيث تم فرض $\omega_c T = n2\pi$ حيث n عدد صحيح لذلك يمر الحد الأول فقط من المرشح و يصير الخرج

$$s_o(t) = \frac{1}{2} A_c^2 \cos[\theta(t) - \theta(t-T)] = \frac{1}{2} A_c^2 \cos \Delta\theta$$

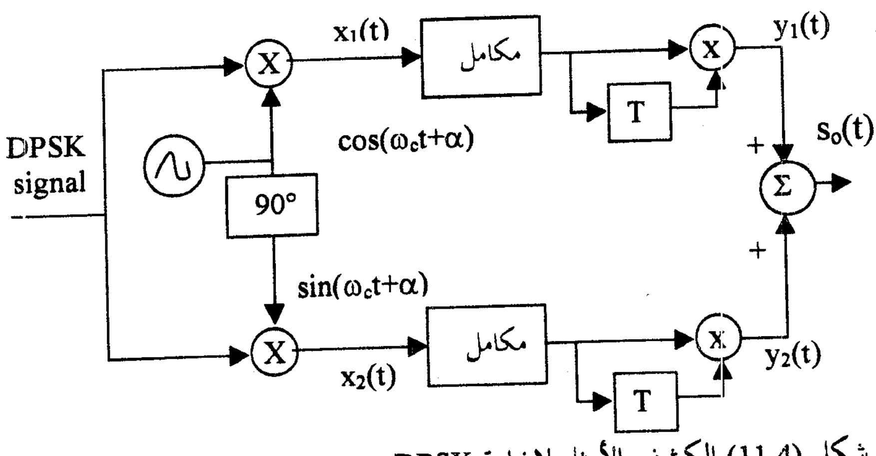
وفيما يلى فرق الطور $\Delta\theta$ و إشارة الخرج $s_o(t)$ للمثال السابق

θ	π 0 π π 0 0 0 π
$\Delta\theta$	-π π 0 -π 0 0 π
إشارة الخرج	− − + − + + −

وبمقارنة إشارة الخرج بالمعلومات الرقمية الأصلية نستنتج قاعدة صنع القرار وهى قرر $d_n = 0$ إذا كانت إشارة الخرج موجبة وقرر $d_n = 1$ إذا كانت إشارة الخرج سالبة.

يلاحظ أن هذا الكاشف لايحتاج لمعرفة التردد والطور المطلقين للإشارة s(t) ولكن يحتاج إلى تزامن الرموز لأخذ عينات فى اللحظات المناسبة لصنع القرار.

يتميز الكاشف التفاضلى بالبساطة ولكن أداءه فى وجود الضوضاء أقل جودة من الكاشف الأفضل optimum detector المبين فى شكل (11.4) والذى يتكون من فرعين يتم فى كل منهما ضرب الإشارة القادمة فى موجة جيبية له نفس تردد الموجة الحاملة ثم دائرة تكامل ثم تؤخر الإشارة الخارجة من دائرة التكامل وتضرب فى نفسها ثم تجمع الإشارتان الناتجتان فى الفرعين ويصنع القرار بناءا على إشارة المجموع كما سبق بيانه فى الكاشف التفاضلى حيث أن هذا المجموع يتناسب مع $\cos \Delta\theta$ فى حالة عدم وجود ضوضاء وفيما يلى تحليل تفصيلى للكاشف التفاضلى لاثبات أن الخرج يتناسب مع $\cos \Delta\theta$



شكل (11.4) الكشف الأمثل لإشارة DPSK

فى حالة عدم وجود الضوضاء تكون الإشارة $x_1(t)$ الداخلة لدائرة التكامل فى الفرع العلوى

$$x_1(t) = A_c \cos[\omega_c t + \theta(t)]\cos[\omega_c t + \alpha]$$
$$= \frac{1}{2} A_c \{\cos[\theta(t) - \alpha] + \cos[2\omega_c t + \theta(t) + \alpha]\}$$

ونظرا لأن الحد الثانى يحتوى على موجة جيبية عالية التردد يكون تكامله صفرا ،ويصير الخارج من دائرة التكامل فى الفرع العلوى

$$(A_c T/2) \ \cos[\theta(t) - \alpha]$$

بفرض أن الطور $\theta(t)$ ثابت أثناء فترة التكامل وتصير الإشارة $y_1(t)$

$$y_1(t) = (A_c T/2)^2 \cos[\theta(t) - \alpha]\cos[\theta(t - T) - \alpha]$$

وبالمثل الإشارة $x_2(t)$ الداخلة إلى دائرة التكامل فى الفرع السفلى

$$x_2(t) = A_c \cos[\omega_c t + \theta(t)]\sin[\omega_c t + \alpha]$$
$$= \frac{1}{2} A_c \{\sin[\alpha - \theta(t)] + \sin[2\omega_c t + \theta(t) + \alpha]\}$$

ويصير الخرج من دائرة التكامل

$$(A_c T/2) \ \sin[\alpha - \theta(t)]$$

وتصير الإشارة $y_2(t)$

$$y_2(t) = (A_c T/2)^2 \sin[\alpha - \theta(t)]\sin[\alpha - \theta(t - T)]$$

وتصير الإشارة الخارجة $s_o(t)$

$$s_o(t) = y_1(t) + y_2(t) = (A_c T/2)^2 \cos[\theta(t) - \theta(t - T)]$$
$$= (A_c T/2)^2 \cos \Delta\theta$$

2.4 طرق التضمين الرقمى المتعدد Multilevel Digital Modulation

فى هذه الطرق تتكون البيانات الرقمية التى تكون الرسالة من سلسلة رموز بحيث أن أى رمز يمكن أن يأخذ قيما متعددة عددها $M=2^k$

حيث k عدد الأرقام الثنائية التى يمكن تمثيل الرمز بها.

1.2.4 تبديل الإزاحة للسعة المتعددة

M-ary Amplitude Shift Keying

تتبدل سعة الموجة الحاملة بين عدة قيم هى $0, a, 2a, \ldots, (M-1)a$

على سبيل المثال و يمكن تمثيل الإشارة فى الفترة الزمنية T_s بالمعادلة

$$S_k(t) = A_k \cos \omega_c t$$

حيث A_k هى سعة الموجة أثناء هذه الفترة،ويلاحظ أن طول الفترة $T_s = kT$

حيث T_bهو طول فترة الزمن الثنائى . أيضا يمكن تمثيل الإشارة بالمعادلة

$$s(t) = m(t) \cos \omega_c t$$

حيث $m(t)$ تمثل الرسالة التى تتكون من سلسلة الرموز $\{A_k\}$

ولذلك فان دائرة التضمين هى نفسها المستخدمة لتوليد ASK

كما يمكن استخدام كاشف الغلاف أو الكاشف المتزامن ثم أخذ عينات يتخذ القرار حسب قيمتها

إذا كانت السعة تأخذ عدة قيم متوسطها صفر أى $\pm a, \pm 2a, \ldots, \pm (M-1)a$ على سبيل المثال ،فلابد من استخدام الكاشف المتزامن لأن طيفها لن يحتوى على مركبة مركزة عند تردد الموجة الحاملة وتأخذ كثافة القدرة الطيفية للإشارة شكل $\text{sinc}^2(f-f_c)T_s$

وبذلك يكون نطاق فصها الأساسى $2/T_s$ أو $2/kT$، ومركزا عند f_c

2.2.4 تبديل الإزاحة للطور المتعدد M-ary Phase Shift Keying

أو باختصار MPSK حيث يبدل طور الموجة الحاملة بين عدة قيم عددها M وعادة تأخذ القيم

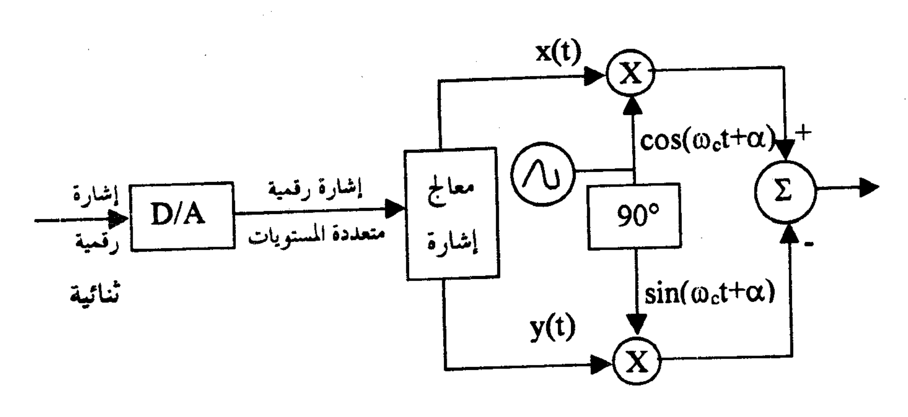
$$\theta_i = \frac{i-1}{M} 2\pi$$

حيث $i = 1, 2, ..., M$

بحيث تكون الإشارة فى الفترة $kT_s < t < (k+1)T_s$

$$s(t) = A_c \cos(\omega_c t + \theta_k)$$
$$= A_c \cos\theta_k \cos\omega_c t - A_c \sin\theta_k \sin\omega_c t$$

وتوضح المعادلة الأخيرة أن MPSK يمكن توليدها باستخدام موجتين حاملتين متعامدتين لهما نفس التردد وتتبدل سعة كل منهما بين عدد من القيم كما بشكل (12.4).



شكل (12.4) مضمن MPSK

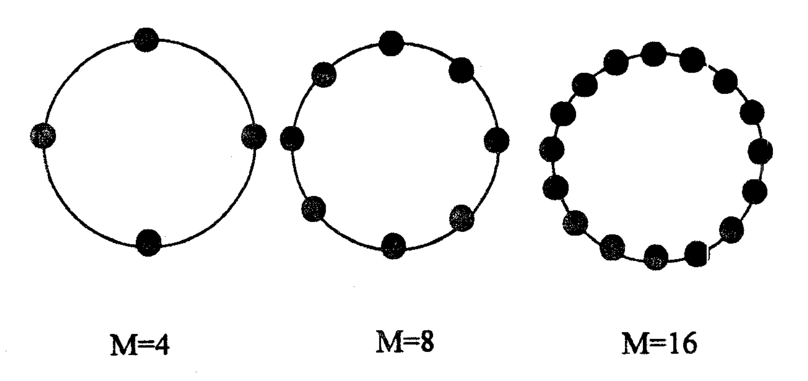
حيث يقوم معالج الإشارة بتعيين الزاوية θ_k التى تناظر الرقم الذى يمثل قيمة الإشارة الرقمية متعددة المستويات فى فترة معينة طولها $kT = T_s$

وحساب الكميتين $y(t) = A_c \sin\theta_k$, $x(t) = A_c \cos\theta_k$

لاستخدامهما فى ضرب الموجتين الحاملتين.

يمكن تمثيل الإشارة MPSK فى مستوى باستخدام محورين عموديين يمثل أحدهما الموجة الحاملة $\cos\omega_c t$ ويمثل الآخر الموجة الحاملة العمودية $\sin\omega_c t$ ، وبتوقيع

الإحداثيات لسعة كل موجة نلاحظ أن القيم الممكنة للإشارة تقع على محيط دائرة على زوايا متساوية كما بشكل (13.4).



M=4 M=8 M=16

شكل(13.4) القيم الممكنة لإشارة MPSK

3.2.4 التضمين السعوى المتعامد

(Quadrature Amplitude Modulation)

أو باختصار QAM حيث تقع القيم الممكنة للإشارة على رؤوس مربعات فى مستوى نتيجة أن سعتى الموجتين المتعامدتين تتبدل بين عدة قيم، لذلك يمكن التعبير عن الإشارة بالمعادلة

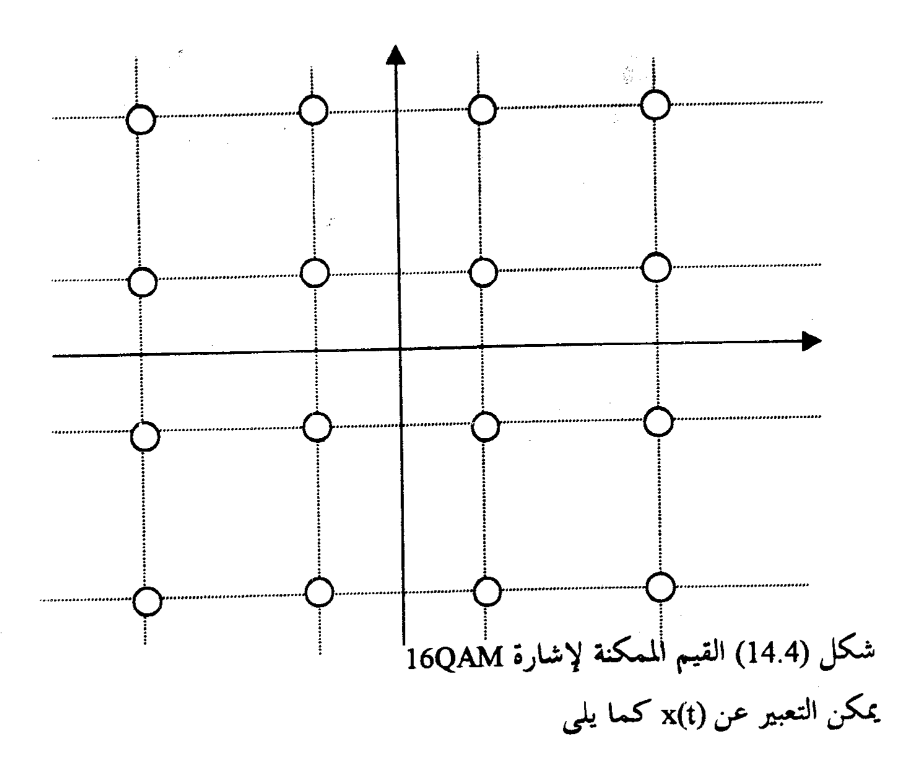
$$s(t) = \mathrm{Re}\{[x(t) + jy(t)]e^{j\omega_c t}\} = x(t)\cos\omega_c t - y(t)\sin\omega_c t$$

حيث أن$y(t), x(t)$ تأخذ أحد القيم $\pm a, \pm 3a, \ldots, \pm(\sqrt{M}-1)a$

بحيث أن الرموز الناتجة يمكن تمثيلها بالغلاف المركب

$$g(t) = x(t) + jy(t)$$

وكذلك يمكن تمثيلها كما فى شكل(14.4).



شكل (14.4) القيم الممكنة لإشارة 16QAM

يمكن التعبير عن x(t) كما يلي

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \, p(t - nT_s)$$

حيث p(t) نبضة مستطيلة طولها $T_s = kT$

ومقدارها الوحدة بينما الرمز x_n يأخذ إحدى القيم

$\pm a, \pm 3a, \ldots, \pm(\sqrt{M} - 1)$

وبالمثل يمكن التعبير عن الإشارة y(t) كما يلي

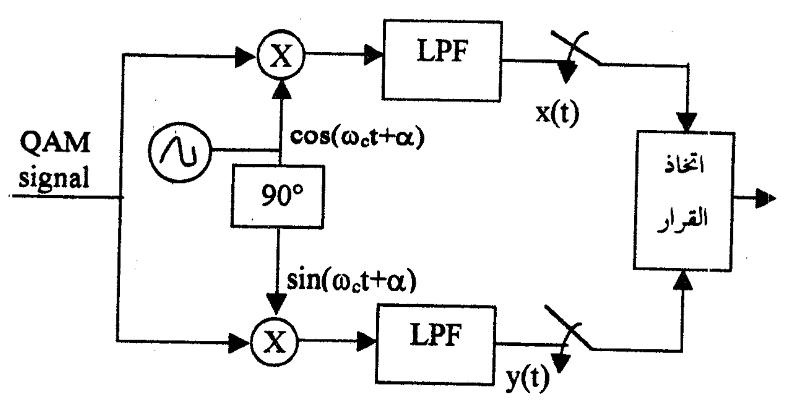
$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n \, p(t - nT_s)$$

حيث أن الرمز y_n يأخذ إحدى القيم $\pm a, \pm 3a, \ldots, \pm(\sqrt{M} - 1)$

مستقلا عن x_n بحيث تظل قيمتا x_n, y_n ثابتتين أثناء الفترة T_s.

طيف إشارتي MPSK, QAM يأخذ شكل $sinc^2(f-f_c)T_s$ وبذلك يكون نطاق فصها الأساسي $2/T_s$ وبالتالي يقل نطاق التردد اللازم لنقل هذه الإشارة بنسبة $\log_2 M = k$ عن نطاق إشارتي BPSK, BASK.

تحتاج إشارة QAM إلى كاشف متزامن موضح تركيبه في شكل (15.4).



شكل (15.4) الكاشف المتزامن لإشارة 16QAM.

ويمكن استخدام نفس الكاشف لكشف إشارة MPSK.

يمكن استخدام تشكيل النبضات في كل من MPSK, QAM لتقليل نطاق التردد اللازم لنقل الإشارة فمثلا إذا استخدم مرشح جيب مرتفع معامل انحداره r يكون نطاق تردد النبضات المشكلة $B = (1 + r)R_s/2$ و يكون نطاق تردد إشارة MPSK, QAM هو

$$B_T = (1 + r)R_s$$

حيث R_s هو معدل الرموز و يعطى بالعلاقة $R_s = R/\log_2 M$

وبذلك تكون العلاقة بين نطاق تردد الإشارة و معدل النبضات الثنائية

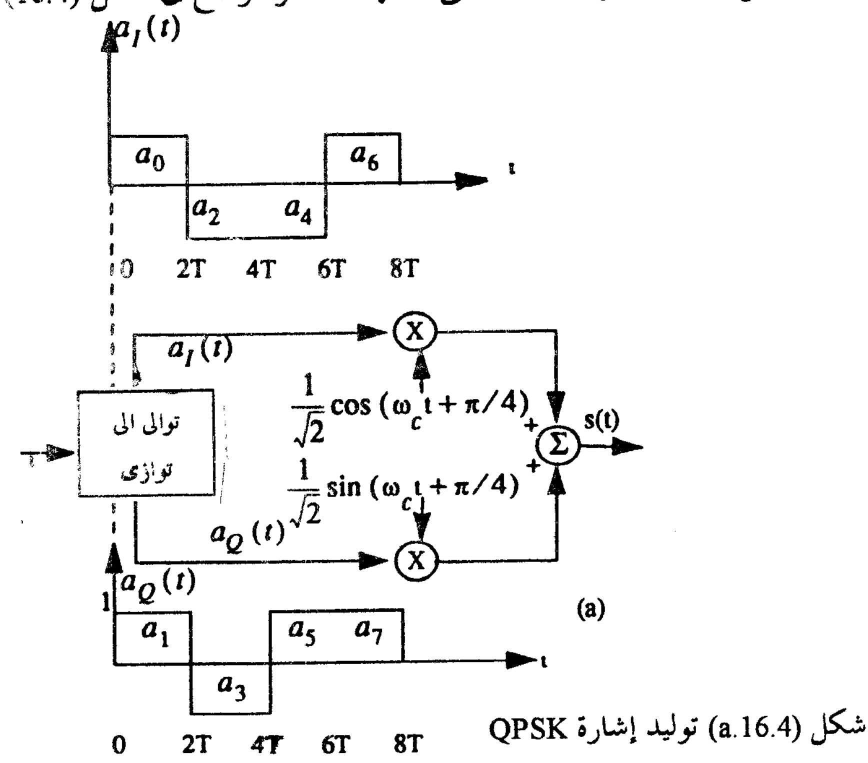
$$B_T = (1 + r)R/\log_2 M$$

وتصبح الكفاءة الطيفية $\eta = \frac{R}{B_T} = \frac{\log_2 M}{1+r}$

4.2.4 تبديل إزاحة الطور الرباعى

Quadrature Phase Shift Keying

أو باختصار QPSK و يعتبر حالة خاصة من MPSK حيث M=4 أو يتكون من إشارتين كل منهما BPSK ينقلان على التوازى باستخدام موجتين حاملتين لهما نفس التردد و لكن يختلفان فى الطور بمقدار تسعون درجة، أى إذا كانت إحداهما $\cos(\omega_c t + \alpha)$ تكون الأخرى $\sin(\omega_c t + \alpha)$ ، وتضمن الإشارة الأولى الأرقام الثنائية الزوجية الرتبة وتضمن الأخرى الإشارات الثنائية الفردية الرتبة بعد فصلهما وضرب كل منهما فى الموجة الحاملة التى تخصها كما هو موضح فى شكل (16.4).



شكل (a.16.4) توليد إشارة QPSK

يوضح الشكل توليد الإشارة

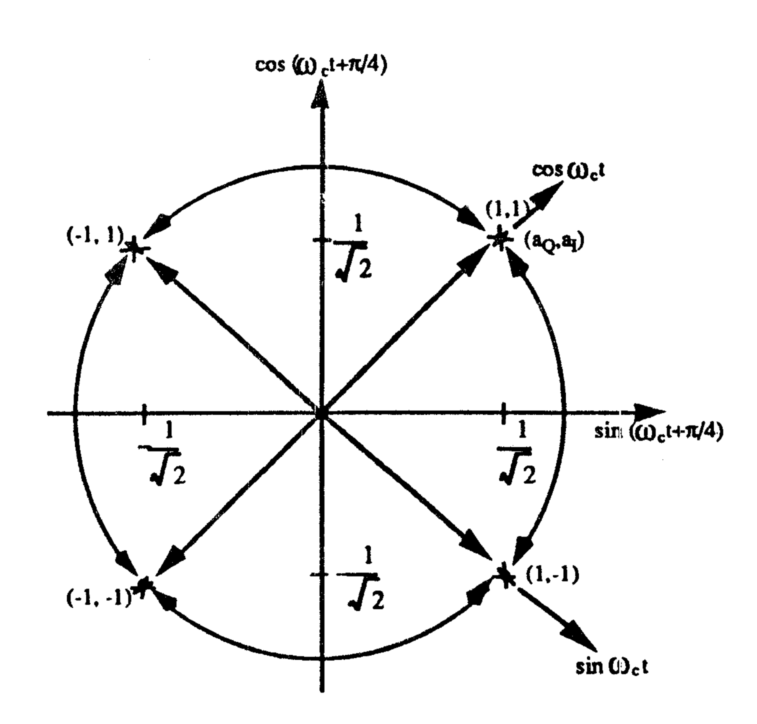
$$s(t) = A_1 a_I(t)\cos(\omega_c t + \alpha) + A_2 a_Q(t)\sin(\omega_c t + \alpha)$$

حيث $A_1 = A_2 = 1/\sqrt{2}$ والزاوية $\alpha = \pi/4$ فى هذا الشكل

وتأخذ $a_I(t),\ a_Q(t)$ القيم الثنائية ± 1 حسب الرقم الثنائى المراد نقله باستخدام نبضات مستطيلة طولها 2T وبمعدل 1/2T رمز فى الثانية.يمكن أيضا التعبير عن الإشارة $s(t)$ بالمعادلة

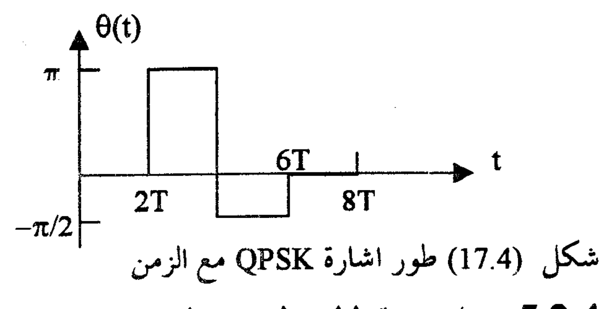
$$s(t) = \cos(\omega_c t + \theta(t))$$

حيث $\theta(t)$ تأخذ أربع قيم ممكنة هى صفر ، $\pm\pi/2$ ، π حسب قيمتى $a_I(t),\ a_Q(t)$ كما هو موضح بشكل (b.16.4)



شكل (17.4) القيم و الانتقالات الممكنة للطور

ويلاحظ أن الإشارتين $a_Q(t)$, $a_I(t)$ متزامنتان بحيث يمكن حدوث تغيير فى قيمة أى منهما فى نفس اللحظات $t = 2kT$ حيث k عدد صحيح وبذلك يمكن حدوث تغيير فى قيمة الطور $\theta(t)$ عند نفس اللحظات بمقدار صفر أو $\pm\pi/2$ ،أو π ويوضح شكل(b.16.4) القيم الممكنة للطور وكذلك الانتقالات الممكنة من طور إلي آخر، كمايوضح شكل (17.4) طور الاشارة مع الزمن المناظر للمتابعة الثنائية المرسومة فى شكل (a.16.4).

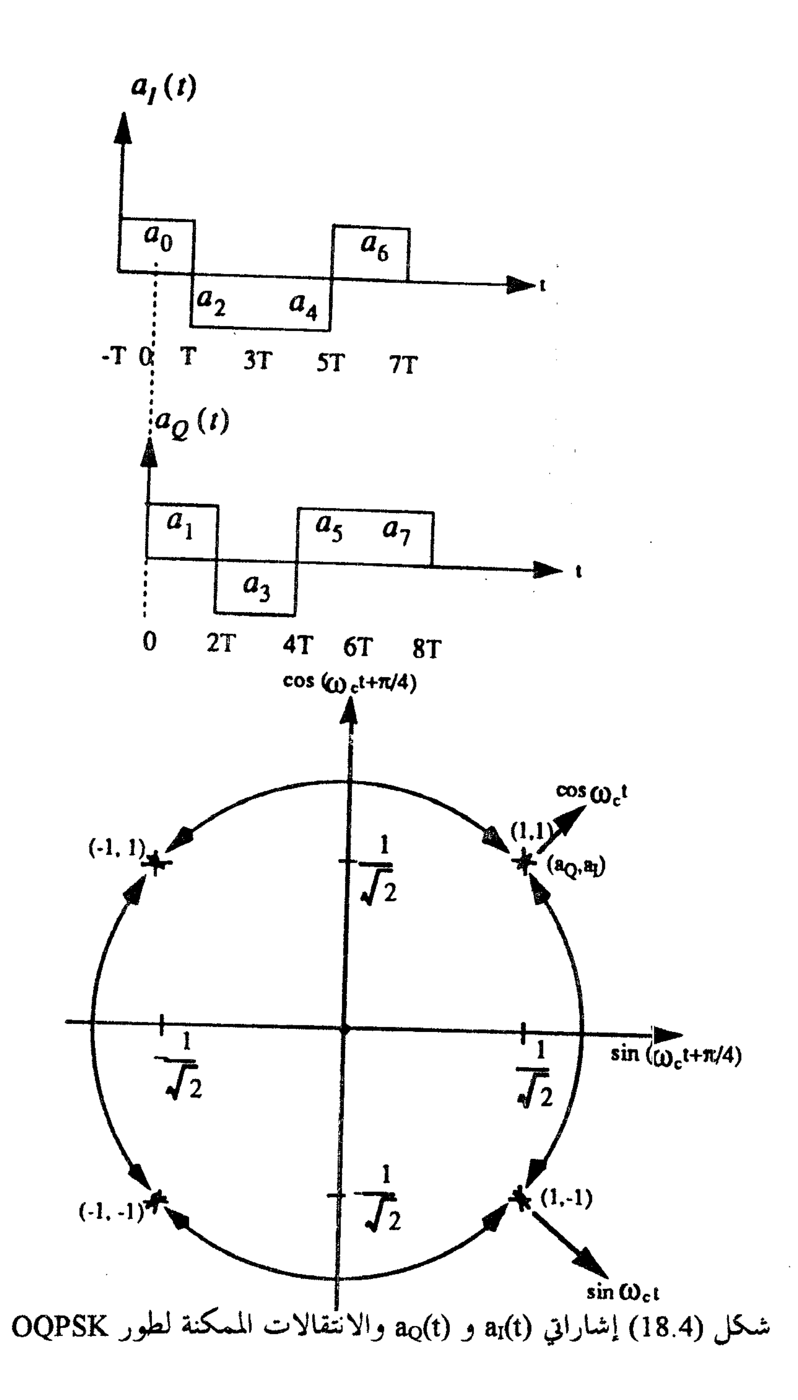


شكل (17.4) طور اشارة QPSK مع الزمن

5.2.4 تبديل إزاحة الطور الرباعى المؤخرة

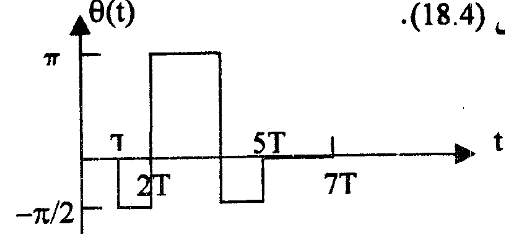
Offset Qadrature Phase Shift Keying

أو باختصار OQPSK ويمكن تمثيل هذه الإشارة بنفس المعادلات السابقة التى تمثل إشارة QPSK مع اختلاف واحد فى تزامن الإشارتين $a_I(t)$, $a_Q(t)$ حيث تؤخر الإشارة $a_Q(t)$ بمقدار T عن نظيرتها فى QPSK كما هو موضح فى شكل (a.18.4). لذلك يمكن حدوث تغيير فى قيمة $a_I(t)$ عند اللحظات $t = 2kT$ بينما يمكن حدوث تغيير فى قيمة $a_Q(t)$ عند اللحظات $t = (2k+1)T$ ولذلك يمكن حدوث تغيير فى قيمة الطور $\theta(t)$ عند اللحظات $t = kT$ ولكن مقدار هذا التغير يأخذ إحدى القيم صفر أو $\pm\pi/2$ فقط ، ويوضح شكل (b.18.4) القيم الممكنة لطور إشارة OQPSK وكذلك الانتقالات الممكنة من طور لآخر.



شكل (18.4) إشاراتي $a_I(t)$ و $a_Q(t)$ والانتقالات الممكنة لطور OQPSK

ويوضح شكل (19.4) الطور الناتج لاشارة OQPSK مع الزمن المناظر للمتابعة الثنائية فى شكل (18.4).

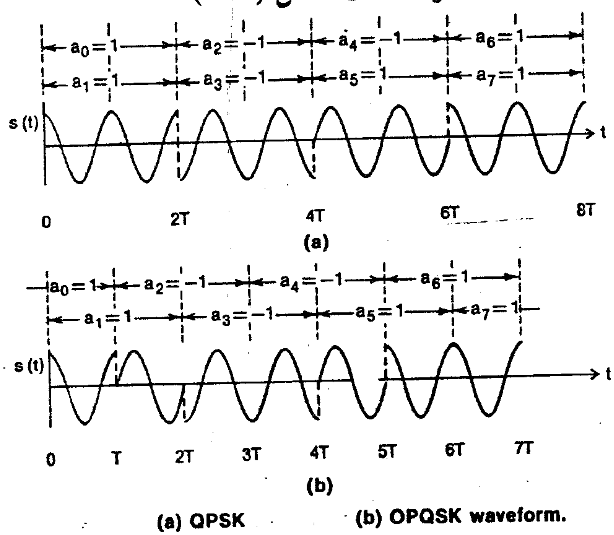


شكل (19.4) الطور الناتج لاشارة OQPSK

رغم وجود اختلاف فى تزامن $a_I(t), a_Q(t)$ فى إشارة QPSK و OQPSK الا أن الإشارتين لهما نفس الكثافة الطيفية للقدرة $sinc^2(2fT)$ المرتبطة بشكل النبضة المستطيلة المستخدمة فى الإشارتين ، ولكن الإشارتين يستجيبان بشكل مختلف لعمليتى ترشيح نطاق التردد bandpass filtering و التكبير اللاخطى nonlinear amplification اللتين تحدثان فى بعض التطبيقات مثل الأقمار الصناعية وفيما يلى شرح مفصل لاستجابة كل منهما.

فى إشارة QPSK يمكن أن يتغير الطور بمقدار 180 درجة اذا تغيرت قيمة $a_I(t)$ و قيمة $a_Q(t)$ فى نفس اللحظة و يوضح شكل (19.4) مثالا لإشارة QPSK حيث يتغير الطور بمقدار 180 درجة عند اللحظة $t = 2T$. عند ترشيح هذه الإشارة للحد من نطاق التردد يصير غلافها متغيرا و يمر بالصفر عند اللحظات التى يتغير فيها الطور بمقدار 180 درجة. عند تكبير الإشارة الناتجة فى مكبر لاخطى يحد من الغلاف ليصير ثابتا و لكن فى نفس الوقت تعود الفصوص الجانبية للطيف للظهور مرة أخرى و يزول تأثير الترشيح السابق مما قد يسبب تداخل هذه الإشارة فى القنوات المجاورة. فى إشارة OQPSK لايمكن أن يتغير الطور بمقدار 180 درجة

لأن $a_I(t)$ و $a_Q(t)$ لايتغيران فى نفس اللحظة و يوضح شكل (19.4) مثالا لإشارة OQPSK لنفس المتابعة الثنائية الموضحة فى شكل (16.4) .



(a) QPSK (b) OPQSK waveform.

شكل (19.4) مثال لإشارةQPSK و اشارة OQPSK مع الزمن

عند ترشيح هذه الإشارة للحد من نطاق التردد التردد يصير غلافها متغيرا و لكنه لايقل إلي الصفر و عند تكبير الإشارة الناتجة فى مكبر لاخطى يحد من الغلاف ليصير ثابتا مرة أخرى لا تعود الفصوص الجانبية للطيف إلي مستواها الأول بخلاف ماحدث فى حالة QPSK ،يلاحظ أن سبب أفضلية استجابة OQPSK بالنسبة لاستجابة QPSK هو تجنب الإزاحة الكبيرة فى الطور مما دعا إلي تصميم إشارات مستمرة الطور و ثابتة الغلاف للحصول على استجابة أفضل فى التطبيقات المذكورة و من أهم هذه الإشارات إشارة MSK .

6.2.4 تبديل الإزاحة الدنيا Minimum Shift Keying

أو باختصار MSK ويمكن اعتبار هذه الإشارة حالة خاصة من إشارة OQPSK مع استخدام تشكيل جيبي للنبضات بدلا من الشكل المستطيل و بذلك تصبر إشارة MSK

$$s(t) = a_I(t)\cos\frac{\pi t}{2T}\cos\omega_c t + a_Q(t)\sin\frac{\pi t}{2T}\sin\omega_c t$$

ويوضح شكل (20.4) المركبات المختلفة لإشارة MSKحيث يوضح شكل (a) الإشارة $a_I(t)$ مضروبة فى نبضات جيبية الشكل و يوضح شكل (b) الموجة الحاملة الأولى بعد التضمين و يوضح شكل (c) الإشارة $a_Q(t)$ مضروبة فى نبضات جيبية الشكل و يوضح شكل (d)الموجة الحاملة المتعامدة بعد التضمين و يوضح شكل (e) طور الإشارة $s(t)$ ذات الغلاف الثابت و يلاحظ أن الطور مستمر مع الزمن كما يلاحظ أنه يمكن التعبير عن هذه الإشارة بالمعادلة المختصرة

$$s(t) = \cos[\omega_c t + b_k(t)\frac{\pi t}{2T} + \phi_k]$$

حيث $b_k(t) = 1$ عندما تختلف قطبية الإشارتين $a_I(t)$و $a_Q(t)$

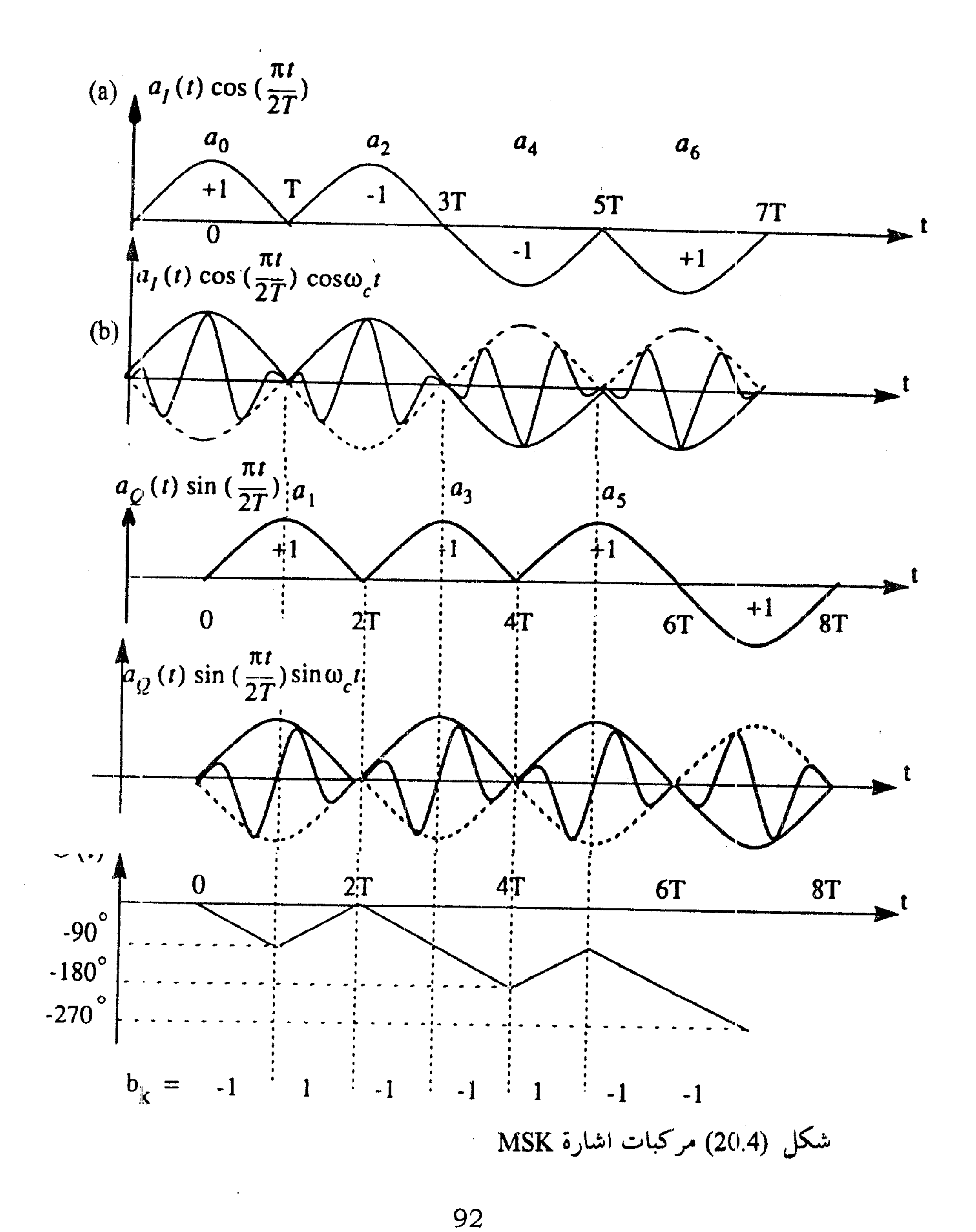
وتكون $b_k(t) = -1$عندما تكون قطبية الإشارتين متماثلة و حيث ϕ_kثابت لضمان استمرارية الطور. لذا يمكن اعتبار $b_k(t) = -a_I(t)a_Q(t)$

مما سبق يتبين أن إشارة MSK لها الخواص الآتية

أولا: أن لها غلاف ثابت

ثانيا: أن لها طور مستمر يتكون من خطوط مستقيمة ميلها $\pm\pi/2T$.

ثالثا: أنها حالة خاصة من FSK بحيث أن التردد الأول $f_+ = f_c + 1/4T$ والتردد الثانى $f_- = f_c - 1/4T$ وبذلك يكون الفرق بين أكبر و أقل تردد $2\Delta f$ هو نصف معدل الرموز الثنائية $1/T$ أو بتعبير آخر معامل التضمين $h = 0.5$ وهو أقل قيمة



شكل (20.4) مركبات اشارة MSK

لهذا المعامل تجعل $\cos 2\pi f_{+}t$ و $\cos 2\pi f_{-}t$ متعامدتين orthogonal أى أن

$$\int_0^T \cos 2\pi f_+ t \cos 2\pi f_- t dt = 0$$

رابعا: أن الطور يزيد أو ينقص بمقدار $\pi/2$ خلال أى فترة T حسب قطبية $b_k(t)$ بحيث يزيد فى حالة القطبية الموجبة و ينقص فى حالة القطبية السالبة ، ولذلك

$\Delta\theta(T) = \theta((k+1)T) - \theta(kT) = \pm\pi/2$ إذا كان $b_k = \pm 1$

لذلك يمكن استخدام الكشف الغير متماسك noncoherent detection لإشارة MSK مثل الكاشف التفاضلى differential detector ودائرة التمييز discriminator وهذه تعتبر ميزة هامة لهذه الإشارة بخلاف إشارتي QPSK و OQPSK اللتين يحتاجان إلي كاشف متماسك coherent detection.

وهناك ميزة أخرى هامة لإشارة MSK هى الكثافة الطيفية للقدرة لها والتى تعتبر أفضل من تلك الخاصة بإشارتي QPSKو OQPSK وفيما يلى شرح تفصيلى لذلك

فى حالة QPSK و OQPSK تستخدم نبضة مستطيلة عرضها 2T فى كل من المركبتين $a_I(t)$, $a_Q(t)$ لذلك فكثافة القدرة الطيفية للإشارة القطبية $a_Q(t)$ أو $a_I(t)$ هى

$$S_g(f) = 2T\text{sinc}^2(2fT)$$

ومن ثم فالكثافة الطيفية لقدرة المركبة $A_c a_I(t)\cos 2\pi f_c t$ هى

$$\frac{A_c^2}{4} 2T[\sin c^2 2(f - f_c)T + \sin c^2 2(f + f_c)T]$$

وبذلك تصير كثافة القدرة لإشارة QPSK الممثلة بالمعادلة

$$s(t) = A_c[a_I(t)\cos(2\pi f_c t + \alpha) + a_Q(t)\sin(2\pi f_c t + \alpha)]$$

هى

$$S_s(f) = A_c^2 T[\sin c^2 2(f-f_c)T + \sin c^2 2(f+f_c)T]$$

مع ملاحظة أن نطاق التردد للفص الأساسى هو 1/T أي نصف نطاق تردد الفص الأساسي لإشارة PSK الثنائية و بذلك فالكفاءة الطيفية لكل من QPSK و OQPSK هى ضعف الكفاءة الطيفية لإشارة PSK الثنائية.

فى حالة MSK تستخدم نبضة جيبية عرضها 2T و تعطى بالعلاقة

$$p(t) = \cos\frac{\pi t}{2T}\,\text{rect}(\frac{t}{2T})$$

وتحويل فورير لهذه النبضة هو

$$P(f) = \frac{4T}{\pi}\left[\frac{\cos 2\pi fT}{1-16f^2T^2}\right]$$

لذا تصير كثافة القدرة الطيفية للإشارة القطبية

$$\frac{1}{2T}|P(f)|^2 = \frac{8T}{\pi^2}\left[\frac{\cos 2\pi fT}{1-16f^2T^2}\right]^2$$

وبذلك تصير كثافة القدرة لغلاف إشارة MSK الممثلة بالمعادلة

$$g(t) = A_c[a_I(t)\cos\frac{\pi t}{2T} + ja_Q \sin\frac{\pi t}{2T}]$$

هى

$$S_g(f) = A_c^2\frac{16T}{\pi^2}\left[\frac{\cos 2\pi fT}{1-16f^2T^2}\right]^2$$

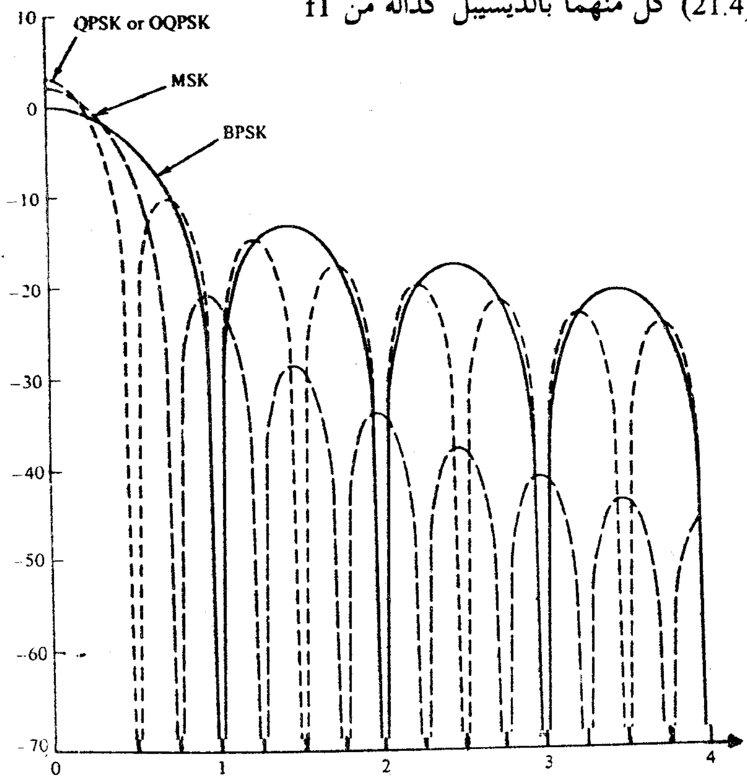
للمقارنة بين طيفى MSK و QPSK لهما نفس القدرة الكلية يؤخذ المقدار $A_c = 1/\sqrt{2}$ فى إشارة QPSK ويؤخذ $A_c = 1$ فى إشارة MSK ، عندئذ تصير كثافة القدرة لغلاف إشارة QPSK

$$S_{gQPSK} = 2T\sin c^2(2fT)$$

وتصير كثافة القدرة لغلاف إشارةMSK

$$S_{gMSK}(f) = \frac{16T}{\pi^2}\left[\frac{\cos 2\pi fT}{1-16f^2T^2}\right]^2$$

ويوضح شكل (21.4) كل منهما بالديسيبل كدالة من fT



شكل (21.4) الكثافة الطيفية لقدرة إشارتي QPSK و MSK

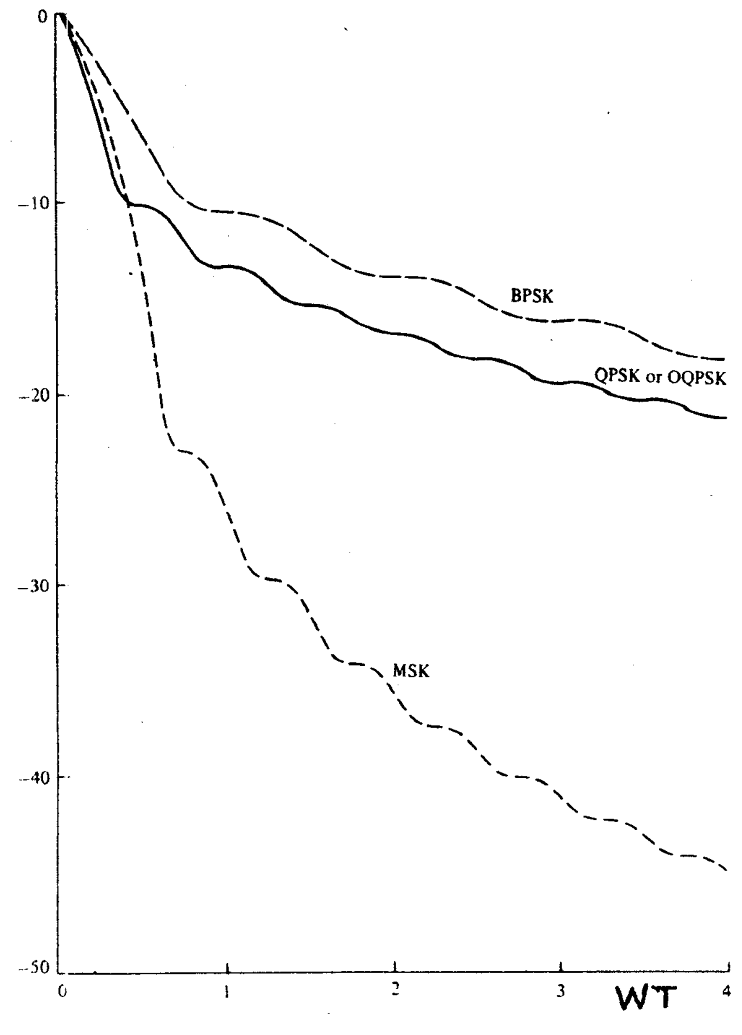
يلاحظ أن الفصوص الجانبية في حالة MSK تقل بمعدل اكبر من نظائرها في حالة QPSK بالرغم من أن عرض نطاق الفص الأساسى فى MSK هو 1.5/T أى يزيد بنسبة خمسين فى المائة عن نظيره فى QPSK .

إذا حسبنا نطاق التردد B الذى يحتوى على 99% من قدرة الإشارة نجد أن B ≈ 8/T فى حالة QPSK لكنه B ≈ 1.2/T فى حالة MSK .

كذلك بتعريف نسبة القدرة الموجودة خارج نطاق تردد معين W بالمعادلة

$$F = \int_{W}^{\infty} S(f)df \Big/ \int_{0}^{\infty} S(f)df$$

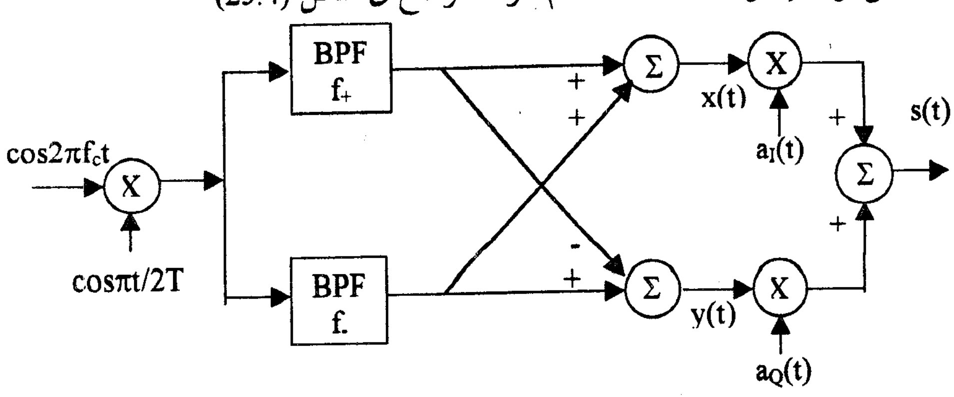
يوضح شكل (22.4) مقارنة F بالديسيبل للإشارتين كدالة من WT



شكل (22.4) نسبة القدرة بالديسيبل خارج نطاق التردد

مما سبق يتضح امتياز MSK عن QPSK فى الكفاءة الطيفية

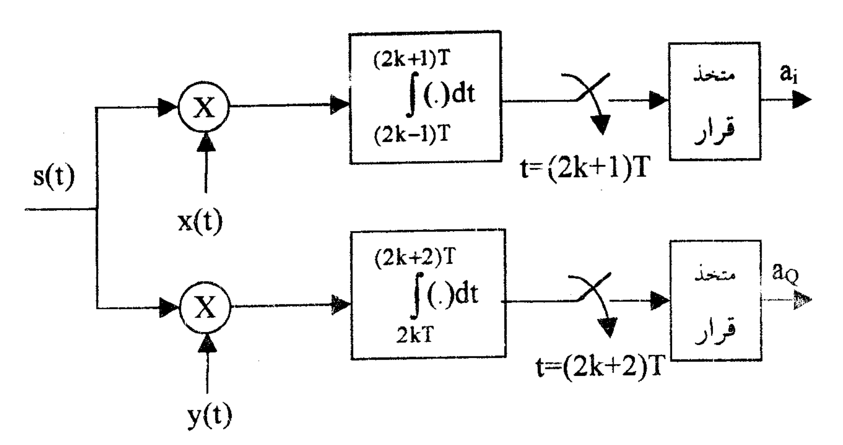
يمكن توليد إشارة MSK باستخدام المولد الموضح فى شكل (23.4)



شكل (23.4) توليد إشارة MSK

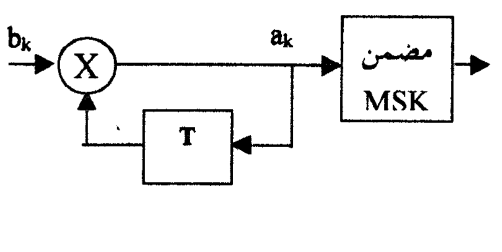
و يمكن استخدام جهاز الاستقبال الموضح فى شكل (24.4) لاستقبالها.

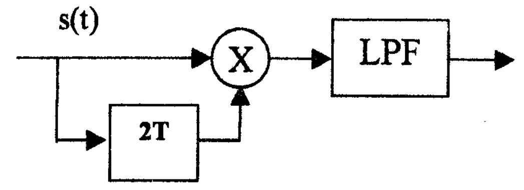
أيضا يمكن استخدام الكاشف التفاضلى لاستقبال إشارة MSK وقد سبق شرح عمل الكاشف التفاضلى الأحادي التأخير و فيما يلى شرح لعمل الكاشف التفاضلى ثنائى التأخير two-bit differential detector.



شكل (24.4) تركيب جهاز استقبال إشارة MSK

يتم أولا تشفير تفاضلى قبل إدخال الإشارة الثنائية القطبية إلي المضمن كما في شكل (4.25).





شكل (25.4) الكشف التفاضلى ثنائى التأخير لإشارة MSK

حيث تحول الإشارة القطبية b_k إلي الإشارة القطبية a_k بتأخير الأخيرة لمدة T وضربها في الأولى وبذلك يمكن التعبير عن a_k بالمعادلة

$$a_k = a_{k-1} b_k$$

وبذلك يكون الرمز a_k مماثلا للرمز السابق في القطبية إذا كان $b_k = 1$ و يكون مخالفا له في القطبية إذا كان $b_k = -1$

بالتعبير عن إشارة MSK بالمعادلة $s(t)=\cos(\omega_c t+\theta)$

حيث $\theta(t)$ هى الطور المستمر وبذلك يكون الدخل إلى مرشح امرار الترددات المنخفضة LPF حاصل ضرب الإشارتين المعطى بـــ

$$\cos[\omega_c t + \theta(t)]\cos[\omega_c (t - 2T) + \theta(t - 2T)]$$

$$= \frac{1}{2}\cos[2\omega_c T + \theta(t) - \theta(t - 2T)] + \frac{1}{2}\cos[2\omega_c t + -2\omega_c T + \theta(t) + \theta(t - 2T)]$$

ويلاحظ أن الحد الثاني يحتوي على تردد عالي و بذلك لن يمر من المرشح و يصير الخرج من المرشح

$$y(t) = \frac{1}{2}\cos[\theta(t) - \theta(t - 2T)]$$

حيث تم اختيار تردد الموجة الحاملة f_c لتكون أحد مضاعفات معدل البيانات الرقمية الثنائية وبذلك يكون $\omega_c T = 2n\pi$ وبأخذ عينات من الخرج بمعدل $1/T$ تكون العينة

$$y(kT) = \frac{1}{2}\cos(a_k + a_{k-1})\frac{\pi}{2}$$

و بذلك تكون العينة موجبة إذا كان $b_k = -1$ ليكون $a_k = -a_{k-1}$

و تكون العينة سالبة إذا كان $b_k = 1$ ليكون $a_k = a_{k-1}$

لذلك فقاعدة صنع القرار هي : قرر أن $b_k = 1$ إذا كانت العينة سالبة و : قرر أن $b_k = -1$ إذا كانت العينة موجبة.

7.2.4 تبديل إزاحة فرق الطور الرباعي Differential QPSK

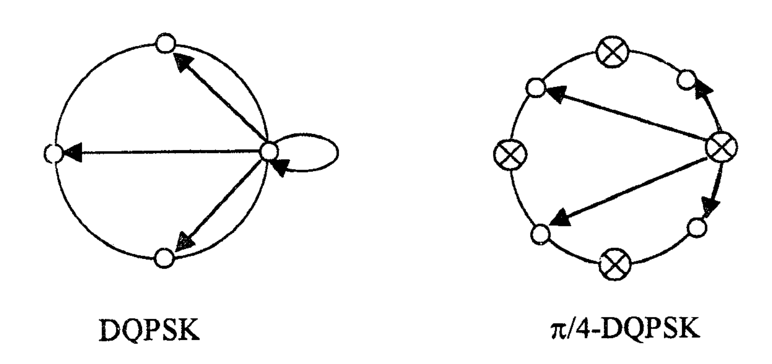
أو باختصار DQPSK وتستخدم هذه الإشارة بدلا من QPSK حتى يمكن استخدام كاشف غير متزامن (حيث أن إشارة QPSK تحتاج إلى كاشف متزامن كما سبق بيانه) وذلك بتمثيل الرموز الرقمية بفرق في الطور بدلا من القيمة المطلقة للطور كما يوضح الجدول التالي لنوعين من DQPSK.

الرموز الرقمية a_Q a_I	$\Delta\theta$ في DQPSK	$\Delta\theta$ في $\pi/4$-DQPSK
-1 +1	$\pi/2$	$3\pi/4$
1 1	0	$\pi/4$
1 -1	$-\pi/2$	$-\pi/4$
-1 -1	π	$-3\pi/4$

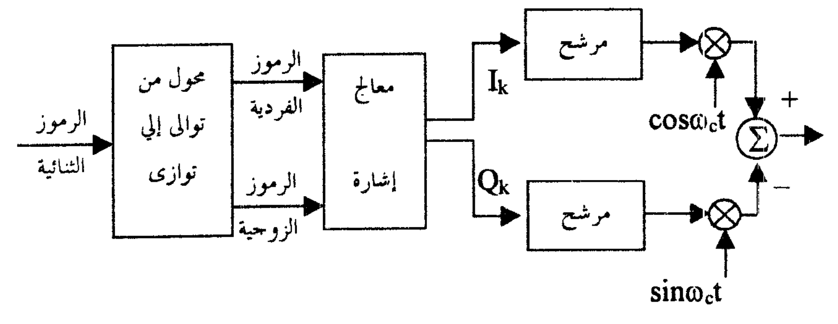
حيث يتجنب النوع الثانى π/4-DQPSK الإزاحة التى مقدارها π حتى لا يمر غلافها بالصفر إذا رشحت كما سبق بيانه.

فى النوع الأول DQPSK يأخذ الطور المطلق أحد القيم الأربعة : صفر ، π ، ± π/2 ويتنقل بينها كما يوضح شكل (26.4)

أما النوع الثانى π/4-DQPSK فيأخذ الطور المطلق إحدى القيم الثمانية التى يمكن تقسيمها إلى مجموعتين بحيث ينتقل الطور من أحد القيم الأربعة فى مجموعة إلى أحد القيم الأربعة فى المجموعة الثانية كما يوضح شكل (26.4) الذى يمثل نقط المجموعة الأولى بدوائر والثانية بـــ ⊗



شكل(26.4) لقيم والانتقالات الممكنة لإشارتي DQPSK و π/4-DQPSK



شكل (27.4) توليد إشارة DQPSK

ويلاحظ أن الطور يظل ثابتا لفترات زمنية أطوالها 2T وتمثل الأسهم التغير فى الطور $\Delta\theta$ الممكنة. يوضح شكل (27.4) كيفية توليد إشارة DQPSK بنوعيها حيث يتم تحويل سيل البيانات الرقمية الثنائية من توالى إلى توازى على فرعين يحتوى الأول على البيانات الرقمية الثنائية الزوجية الرتبة a_I ويحتوى الثانى على البيانات الرقمية الثنائية الفردية الرتبة a_Q ثم يقوم معالج الإشارة بحساب فرق الطور المناظر $\Delta\theta_k$ لفترة زمنية طولها 2T بناءا على الرمزين a_I و a_Q الداخلين أثناء هذه الفترة حسب الجدول السابق ثم يضيف هذا الفرق إلى الطور السابق حسابه فى الفترة السابقة θ_{k-1} لحساب الطور المطلق $\theta_k = \theta_{k-1} + \Delta\theta_k$ للفترة الحالية وحساب رقمين I_k, Q_k حسب المعادلتين

$I_k = \cos\theta_k$, $Q_k = \sin\theta_k$

ثم يضرب الرقم الأول I_k فى الموجة الحاملة $\cos\omega_c t$

ويضرب الرقم الثانى Q_k فى الموجة الحاملة العمودية $\sin\omega_c t$ ويضاف الناتجان بإشارتين مختلفتين فى دائرة الجمع لتوليد الإشارة s(t) التى تعطى بالمعادلة الآتية فى الفترة الزمنية

$$s(t) = I_k \cos\omega_c t - Q_k \sin\omega_c t \qquad 2kT < t < (2k+2)T$$
$$s(t) = \cos\theta_k \cos\omega_c t - \sin\theta_k \sin\omega_c t = \cos(\omega_c t + \theta_k)$$

بفرض أن المرشحين غير موجودين يلاحظ أن الرقمين I_k و Q_k يظلان ثابتين أثناء فترة زمنية طولها 2T وهذا يعنى استخدام نبضات مستطيلة طولها 2T فيكون طيف الإشارة s(t) فى هذه الحالة بشكل $sinc^2$ عرض نطاق فصه الأساسى 1/T ويتركز عند f_c أما فى حالة استخدام مرشحين لتشكيل النبضات ذات السعة I_k و Q_k يمكن تقليل نطاق التردد اللازم لنقل الإشارة كما سبق شرحه فى إشارات QAM . فمثلا تستخدم النظم الخليوية الرقمية للهواتف النقالة فى أمريكا واليابان

$\pi/4DQPSK$ ومرشحين من نوع الجيب المرتفع raised cosine بمعامل انحدار rolloff factor معين.

تولد نبضة ناعمة g(t) بواسطة مرشح استجابته الترددية

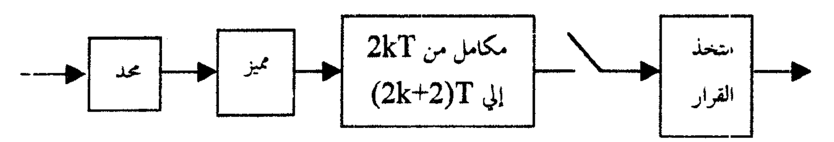
$$H(f)=\begin{cases} T & 0\le |f|\le \frac{1-\alpha}{2T} \\ T\sqrt{\frac{1}{2}[1-\sin\frac{\pi T}{\alpha}(|f|-\frac{1}{2T})]} & \frac{1-\alpha}{2T}\le |f|\le \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & |f|\ge \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases}$$

أى أن الاستجابة الترددية للمرشح هى الجذر التربيعى لمنحنى جيب تمام مرتفع معامل انحداره α .

وتصير الإشارة المرسلة ممثلة بالمعادلة الآتية

$$s(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t-kT)\cos(2\pi f_c t+\theta_k)$$

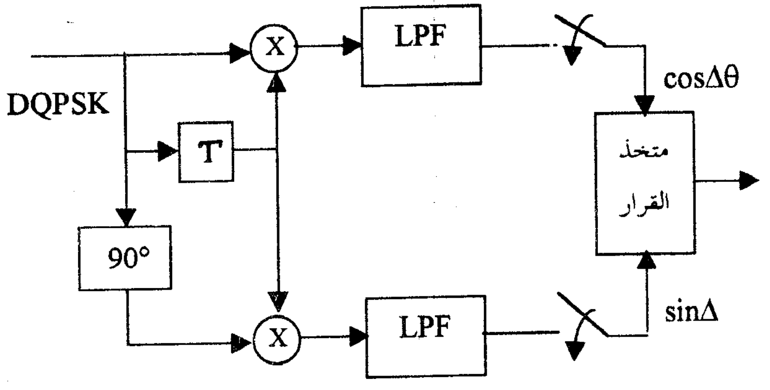
يمكن كشف إشارة QPSK بنوعيها باستخدام الكاشف التفاضلى أو الكاشف التمييزى وهما من النوع الغير متماسك و كذلك يمكن استخدام الكشف المتماسك.



شكل (28.4) الكاشف التمييزى

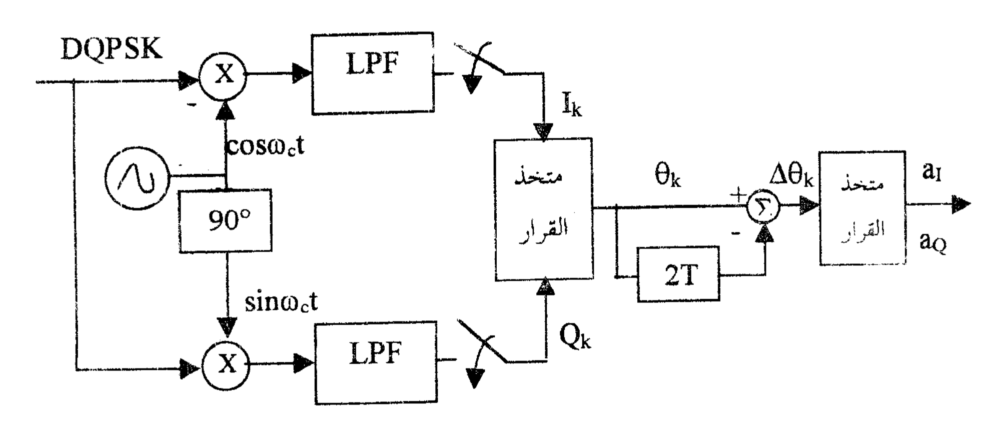
ويوضح شكل (28.4) الكاشف التمييزى الذى يتكون من مميز يعطى مشتقة الطور θ' ثم مكامل يعطى فرق الطور $\Delta\theta$ الذى يبنى عليه القرار عن الرمزين الثنائيين المناظرين للفترة المذكورة.

ويوضح شكل (29.4) الكاشف التفاضلى ويلاحظ أن الخرج من مرشح امرار الترددات المنخفضة LPF فى الفرع العلوى يعطى $\cos\Delta\theta$ والخرج من المرشح فى الفرع السفلى هو $\sin\Delta\theta$ وبناءا على قيمتيهما تحدد $\Delta\theta$ والرمزين الثنائيين a_I و a_Q



شكل (29.4) الكشف التفاضلى لإشارة DQPSK

يوضح شكل (30.4) الكاشف المتماسك وهو مماثل لذلك المستخدم فى إشارة QPSK لكن يضاف فى آخره دائرة لحساب $\Delta\theta$ بتأخير θ و طرحها من θ_k



شكل (30.4) الكشف المتماسك (المتزامن) لإشارة DQPSK

8.2.4 تبديل الإزاحة الدنيا الجاوسية

Gaussian Minimum Shift Keying

أو باختصار GMSK وتولد بإدخال مرشح لامرار الترددات المنخفضة LPF ذى استجابة ترددية جاوسية الشكل قبل مولد إشارة MSK وبذلك تتحول الإشارة القطبية الداخلة ذات النبضات المستطيلة إلى إشارة قطبية ذات نبضات ناعمة مما يؤدى إلى خفض مستوى الفصوص الجانبية للكثافة الطيفية للقدرة فى إشارة MSK لتقليل التداخل على القنوات المجاورة و يمكن ضبط مستوى التداخل إلى أى درجة مطلوبة بالتحكم فى نطاق تردد المرشح الجاوسى، وتستخدم إشارة GMSK فى نظام الاتصالات الخليوى GSM و بعض نظم الاتصالات اللاسلكية الشخصية و فيما يلى وصف تحليلى لهذه الإشارة.

يمكن تمثيل الإشارة القطبية الداخلة للمرشح بالعلاقة

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \mathrm{rect}\left(\frac{t-nT}{T}\right) \; ; \; a_n = \pm 1$$

وتعطى الاستجابة الترددية للمرشح بالعلاقة

$$H(f) = \exp\{-\left(\frac{f}{B}\right)^2 \frac{\ln 2}{2}\}$$

حيث B يمثل نطاق التردد الذى ينخفض فيه مستوى $|H(f)|$ بمقدار ثلاثة ديسيبل عن قيمته العظمى عند $f = 0$ وبأخذ تحويل فورير العكسى نحصل على استجابة المرشح الزمنية للنبضة الحادة $h(t)$

$$h(t) = \sqrt{\frac{2\pi}{\ln 2}} B \exp\left\{\frac{-2(\pi B t)^2}{\ln 2}\right\}$$

وبذلك تكون استجابة المرشح الزمنية لنبضة مستطيلة زمنها T ومركزة عند الصفر هى

$$g(t) = \text{rect}(\frac{t}{T}) * h(t) = \int_{-T/2}^{T/2} h(t-\lambda)d\lambda$$

$$= \frac{1}{2}\{\text{erf}[-\sqrt{\frac{2}{\ln 2}}\pi B(t-\frac{T}{2}) + \text{erf}[\sqrt{\frac{2}{\ln 2}}\pi B(t+\frac{T}{2})\}$$

حيث erf(x) هى دالة الخطأ الرياضية المشهورة المعرفة بالعلاقة

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \exp(-u^2)du$$

ولاحظ أن الدالة $g(t)$ هى دالة زوجية متماثلة حول الصفر أى أن $g(t) = g(-t)$ وتقع قيمتها العظمى عند الصفر و تنحدر بشكل ناعم سريع كلما زادت $|t|$ والمساحة الكلية تحتها تساوى النصف. وبذلك تصير الإشارة الداخلة لمضمن MSK هى

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT)$$

وبذلك يمكن التعبير رياضيا عن إشارة GMSK بالمعادلة

$$s(t) = \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

حيث $\phi(t)$ دالة الطور المستمر المعطاة بالعلاقة

$$\phi(t) = 2\pi h \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n q(t-nT)$$

وذلك بتعريف $q(t) = \int_{-\infty}^{t} g(u)du$

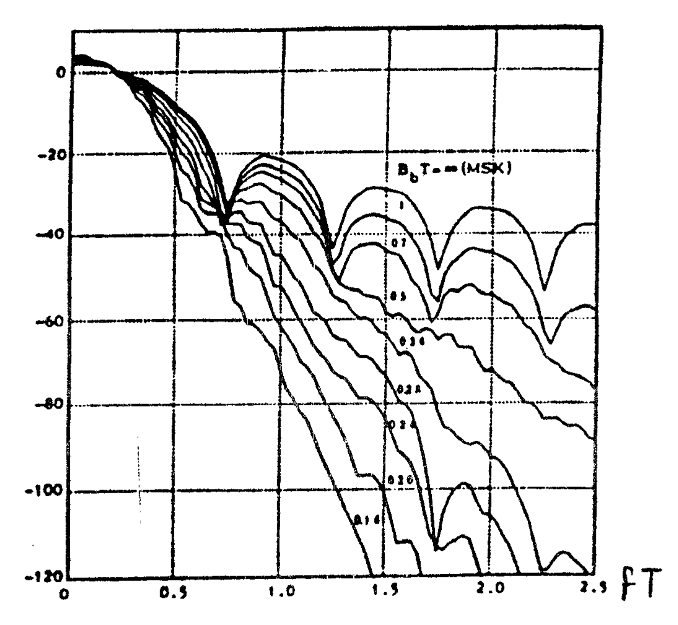
ووضح شكل (31.4) الكثافة الطيفية للقدرة لإشارة GMSK لقيم متعددة لنطاق تردد المرشح B مع ملاحظة أن $B \to \infty$ تمثل إشارة MSK .

ويوضح الجدول التالى نطاق التردد بالنسبة لمعدل النبضات الثنائية (WT) الذى يحتوى على نسب مختلفة للقدرة لإشارة GMSK لقيم مختلفة لنطاق تردد المرشح الجاوسى BT

جدول (1.4) نطاق التردد المحتوى على نسبة معينة من القدرة

99.99%	99.9%	99%	90%	BT
1.22	0.99	0.79	0.52	0.2
1.37	1.09	0.86	0.57	0.25
2.08	1.33	1.04	0.69	0.5
6	2.76	1.2	0.78	∞

ولاحظ من الجدول أن قيم WT فى حالة GMSK دائما أصغر من نظيرها لإشارة MSK و يزيد الفرق بتقليل BT ولكن يحدث هذا فى الطيف على حساب زيادة التداخل بين الرموز ISI وسوف توضح هذه النقطة عند شرح كشف الإشارة.



شكل (31.4) الكثافة الطيفية للقدرة لإشارة GMSK

حيث أن إشارة GMSK تعتبر تطويرا لإشارة FSK يمكن كشفها باستخدام مميز discriminator يليه أخذ عينات و اتخاذ القرار.

بما أن الخرج من المميز هو مشتقة طور اشارة الدخل لذلك يكون الخرج من المميز فى حالة عدم وجود ضوضاء هو

$$\phi'(t) = \frac{d\phi}{dt} = 2\pi h \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT)$$

وباعتبار الرمز المتمركز زمنيا حول الصفر تكون العينة عند هذه اللحظة

$$\phi'(0) = 2\pi h[\pm g(0) + \sum_{n \neq 0} a_n g(nT)$$

حيث يمثل الحد الأول الإشارة المرادة علما بأن $a_0 = \pm 1$ ويمثل الحد الثانى التداخل بين الرموز و يعتمد على قطبية الرموز الأخرى و على قيم $g(nT)$ التى تقل بسرعة بزيادة رتبتها n . ويلاحظ أن متوسط الحد الثانى هو صفر و لذلك تكون قاعدة اتخاذ القرار هى

قرر أن $a_0 = \pm 1$ إذا كان $\phi'(0) = \pm$

يمكن اعتبار إشارة GMSK عنصر من طائفة من الإشارات المستمرة الطور باستخدام نبضات ناعمة $g(t)$ و عادة يكون زمن النبضة LT حيث $L > 1$ ولذلك تسمى الاشارة المستمرة الطور جزئية الاستجابة و يعرف L بطول النبضة و تأخذ $g(t)$ أعلى قيمة لها عند الصفر وتكون زوجية والمساحة الكلية تحتها تساوى النصف حتى لا يزيد فرق الطور عن $\pi/2$ بعد فترة زمنية T وفيما يلى نعرض أمثلة **لتضمين الإشارات المستمرة الطور جزئية الاستجابة**

Partial Response Continuous Phase Modulation

أو باختصار **PRCPM**

١. نبضات دالة جيب التمام المرتفع Raised cosine وتسمى باختصار LRC إذا كان طول النبضة LT وتعرف النبضة بالمعادلة الآتية

$$g(t) = \frac{1}{2LT}(1 + \cos\frac{2\pi t}{LT})\text{rect}(\frac{t}{LT})$$

٢. نبضات دالة جيب التمام المرتفع الطيفى spectrally raise cosine وتسمى باختصار LSRC إذا كان طول الفص الأساسي للنبضة LT وتعرف النبضة بالمعادلة الآتية

$$g(t) = \frac{1}{LT}\frac{\sin(\frac{2\pi t}{LT})}{\frac{2\pi t}{LT}}\frac{\cos r\frac{2\pi t}{LT}}{1-(\frac{4rt}{LT})^2}$$

و يمكن توليدها كالاستجابة الزمنية للنبضة الحادة من مرشح جيب تمام مرتفع و منحدر بمعامل انحدار r .

يمكن استخدام المميز لكشف كل إشارات PRCPM كما سبق شرحه لإشارة GMSK و يوضح الجدول الآتى القيم g(nT) التي تحدد ISI لبعض إشارات PRCPM

جدول (2.4) العينات المؤثرة لنبضة إشارة PRCPM

Tg(2T)	Tg(T)	Tg(0)	الإشارة
0	0	1/2	2RC
0	1/12	1/3	3RC
0	1/8	1/4	4RC
0	0	1/2	2SRC, r=.8
0.019	0.1046	1/3	3SRC, r=.8
0	0.1366	1/4	4SRC, r=.8
.001	.08625	.33	GMSK, BT=.25
.00035	.0591	0.371	GMSK, BT=.3
0.00005	0.0305	0.437	GMSK, BT=0.4

ويمكن كشف جميع هذه الإشارات باستخدام الكشف التفاضلى. ففى حالة استخدام الكاشف التفاضلى المكون من وحدة تأخير لمدة T و مزيح للطور بمقدار تسعين درجة ثم وحدة ضرب يليها مرشح امرار ترددات منخفضة LPF.

يتناسب مقدار إشارة الخرج مع $\sin[\phi(t)-\phi(t-T)=\sin\Delta\phi$ وباعتبار الرمز الثنائى a_o المتمركز حول الصفر تكون العينة المأخوذة لإشارة الخرج هى

$$\sin[\phi(T/2)-\phi(-T/2)]=\sin[2\pi h\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n\int_{-T/2}^{T/2}g(t-nT)dt$$

$$=\sin\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n p_n$$

وذلك بتعريف المتغير p_n كالآتى

$$p_n=2\pi h\int_{nT-T/2}^{nT+T/2}g(t)dt$$

وبذلك يمكن كتابة فرق الطور كما يلى

$$\Delta\phi=\pm p_o+\sum_{n\neq 0}^{\infty}a_n p_n$$

حيث يمثل الحد الأول الإشارة المرادة علما بأن $a_o=\pm 1$ ويمثل الحد الثانى ISI الذى يعتمد على قطبية الرموز a_n و على قيم p_n التى تقل بزيادة n كما يوضح جدول (3.4). كذلك يمكن استخدام الكاشف التفاضلى ثنائى الرمز لكشف إشارات PRCPMعلى أن يتم عمل تشفير مسبق precoding قبل التضمين كما سبق تفصيله لإشارة MSK انظر شكل (25.4).

يمثل التشفير المسبق بالمعادلة $a_n=b_n a_{n-1}$ حيث يتفق a_n, a_{n-1} فى القطبية إذا كان $b_n=1$ ويختلفان فى القطبية إذا كان $b_n=-1$ وفى الاستقبال يبنى القرار على قطبية الخرج الذى يتناسب مع $\cos[\phi(3T/2)-\phi(-T/2)]=\cos\Delta\phi$

جدول (3.4) قيم العينات المؤثرة فى الكشف التفاضلى أحادى التأخير

الإشارة	$p_o/(2\pi h)$	$p_1/(2\pi h)$	$p_2/(2\pi h)$	$p_3/(2\pi h)$
2RC	0.41	0.045	0	0
3RC	0.305	0.097	0	0
4RC	0.238	0.125	0.006	0
2SRC, r=.8	0.4176	0.0466	-0.00366	-0.0012
3SRC, r=.8	0.3071	0.1133	-0.0135	-0.0012
4SRC, r=.8	0.2387	0.1361	0.0064	-0.00883
GMSK, BT=.25	0.3248	0.1003	0.00298	.000
GMSK, BT=.3	0.3615	0.0862	0.00065	.000
GMSK, BT=0.4	0.4114	0.0636	0.00007	0.000

و يمكن كتابة فرق الطور على الصورة

$$\Delta\phi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n q_n$$

و ذلك بتعريف المتغير q_n بالمعادلة

$$q_n = 2\pi h \int_{nT-T/2}^{nT+3T/2} g(t)dt$$

وبملاحظة أن $q_o = q_1$ يمكن كتابة فرق الطور على الصورة

$$\Delta\phi = (a_o + a_1)q_o + ISI$$

وبذلك يكون $\Delta\phi = \pm 2q_o + ISI$ إذا كان $b_o = 1$ ، ويكون $\Delta\phi = ISI$ إذا كان $b_o = -1$ ، لذلك يتخذ القرار أن $b_o = -1$ إذا كانت إشارة الخرج موجبة ، و أن $b_o = +1$ إذا كانت إشارة الخرج سالبة. يوضح الجدول الآتى قيم q_n (التى تقل بزيادة n) لبعض الإشارات.

جدول (4.4) قيم العينات المؤثرة فى الكشف التفاضلى ثنائى التأخير

$q_4/(2\pi h)$	$q_3/(2\pi h)$	$q_2/(2\pi h)$	$q_o/(2\pi h)$	الإشارة
0	0	0.045	0.455	2RC
0	0	0.097	0.402	3RC
0	0.006	0.131	0.363	4RC
-0.00151	-0.00486	0.0429	0.4662	2SRC, r=.8
-0.0029	-0.0147	0.0998	0.4204	3SRC, r=.8
-0.0094	-0.00243	0.1425	0.3748	4SRC, r=.8
.000	0.003	0.1032	0.4251	GMSK, BT=.25
.000	0.00066	0.0869	0.4477	GMSK, BT=.3
0.000	0.00007	0.0637	0.455	GMSK, BT=0.4

يلاحظ من الجدولين السابقين أن $q_n = p_n + p_{n+1}$ وكذلك $q_{-n} = q_{n+1}$ لقيم n الموجبة

يلاحظ أن بعض المتتابعات الثنائية تتأثر أكثر بالتداخل بين الرموز ISI فمثلا تحدث أسوأ حالة إذا كان الرمز المراد الكشف عنه فى لحظة معينة موجبا و باقى الرموز سالبة أو إذا كان هذا الرمز سالبا و باقى الرموز موجبة لأن ISI يتراكم فى هاتين الحالتين بطريقة سلبية التأثير على القرار. إذا اعتبرنا هذه الحالة لإشارة 4RC مع استخدام الكشف التفاضلى أحادى التأخير نجد أن ISI فقط قد يسبب خطأ فى القرار حتى فى حالة عدم وجود الضوضاء لأن $p_1 + p_{-1} > p_o$ ولكن إذا استخدم الكشف التفاضلى ثنائى التأخير لكشف نفس الإشارة لا يمكن أن يحدث خطأ بسبب ISI وحده.



الباب الخامس

أداء نظم الاتصالات الرقمية فى وجود الضوضاء

تم استعراض طرق التضمين الرقمي فى الباب السابق بوصف الإشارات الرقمية و طرق توليدها و طرق اكتشافها و فيما يلى تحليل لأداء بعض الطرق فى وجود الضوضاء التى تشوه الإشارة و تؤدى إلى خطأ فى كشفها. و عادة ما يقاس أداء نظم الاتصالات الرقمية باحتمال الخطأ فى الرمز الثنائى فى طرق التضمين الرقمى الثنائى أو باحتمال الخطأ فى الرمز فى طرق التضمين الرقمى الأخرى.

فى البداية نستنتج طريقة لتصميم مرشح خطى يقلل تأثير الضوضاء بينما يعطى أقصى قيمة للإشارة ويسمى بالمرشح الموائم matched filter ثم نحلل احتمال الخطأ فى حالة استخدام جهاز استقبال يحتوى على مرشح موائم و يسمى فى هذه الحالة بجهاز الاستقبال الأمثل ثم نحلل احتمال الخطأ فى حالة استخدام أجهزة استقبال أقل تعقيدا لكنها تعطى احتمال خطأ أكبر من جهاز الاستقبال الأمثل.

1.5 المرشح الموائم

سوف نفترض أن الدخل للمرشح $r(t)$ يتكون من مركبتين أولاهما الإشارة المرسلة من جهاز الاستقبال $s(t)$ و الثانية ضوضاء فى شكل إشارة عشوائية $n(t)$ نتيجة قناة الاتصال و المطلوب تصميم المرشح بحيث تكون نسبة الإشارة إلى الضوضاء فى الخرج أقصى ما يمكن و بفرض أن مركبة الإشارة الخارجة $s_o(t)$ و مركبة الضوضاء الخارجة $n_o(t)$ تعرف هذه النسبة بـ

$$SNR_o = \frac{s_o^2(t_o)}{E\{n_o^2(t_o)}$$

حيث يعطى البسط مربع عينة الإشارة و يعطى المقام متوسط مربع الضوضاء.

بفرض أن استجابة المرشح للنبضة الحادة هى h(t) تكون علاقة الإشارة الخارجة بالإشارة الداخلة

$$s_o(t_o) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)S(f)\exp(j2\pi f t_o)df$$

حيث H(f) هى تحويل فورير لـــ h(t) و S(f) هى تحويل فورير لـــ s(t) أما متوسط مربع الضوضاء فيعطى بالعلاقة

$$E\{n_o^2(t)\} = R_{n_o}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f)\,|\,H(f)\,|^2 df$$

حيث $G_n(f)$ هى الكثافة الطيفية للقدرة للضوضاء الداخلة n(t) و بذلك تكون نسبة الإشارة إلى الضوضاء

$$\frac{S}{N} = \frac{|\int_{-\infty}^{\infty} H(f)S(f)\exp(j2\pi f t_o)df\,|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} G_n(f)\,|\,H(f)\,|^2 df}$$

وباستخدام متباينة شوارتز Schwartz inequality

$$|\int_{-\infty}^{\infty} A(f)B(f)df\,|^2 \le \int_{-\infty}^{\infty} |\,A(f)\,|^2\, df \int_{-\infty}^{\infty} |\,B(f)\,|^2 df$$

حيث تتحول علامة ≤ إلي = عندما يكون $A(f) = kB^*(f)$ حيث k ثابت و بتعويض

$A(f) = \sqrt{G_n(f)}H(f)$ و $B(f) = S(f)\exp(\ j2\pi f t_o)/\sqrt{G_n(f)}$ فى المعادلة السابقة وتطبيق المتباينة يمكن إثبات أن

$$\frac{S}{N} \le \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(f)|^2}{G_n(f)} df$$

وتكون S/N أكبر ما يمكن إذا كان:

$$H(f) = kS^*(f)\exp(-j2\pi f t_o)/G_n(f)$$

حيث k ثابت ، و فى حالة إذا كانت n(t) ضوضاء بيضاء ذات كثافة قدرة طيفية $N_o/2$ تصير دالة المرشح

$$H(f) = \frac{2k}{N_o} S^*(f)\exp(-j2\pi f t_o)$$

وتكون استجابته للنبضة الحادة

$$h(t) = \frac{2k}{N_o} s(t_o - t)$$

وتصير نسبة الإشارة إلي الضوضاء

$$\frac{S}{N} = \frac{2}{N_o}\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df = \frac{2E_s}{N_o}$$

حيث E_s هى طاقة الإشارة

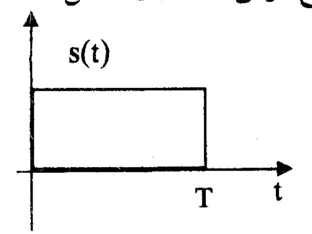
مثال: بفرض أن الإشارة s(t) دالة مستطيلة مع الزمن تبدأ عند الصفر

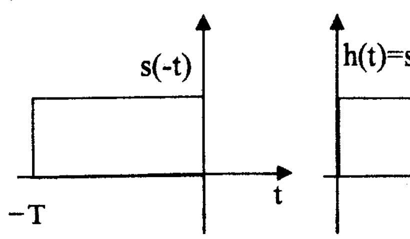
$$s(t) = \text{rect}\left(\frac{t - T/2}{T}\right)$$

يكون المرشح الموائم الذى يعطى أكبر نسبة إشارة إلي ضوضاء فى اللحظة $t = T$

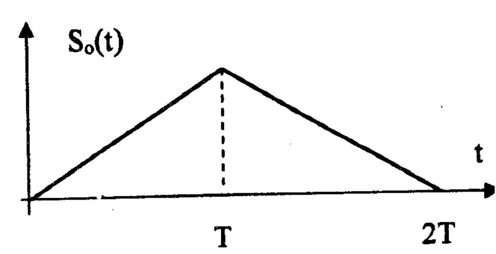
$$h(t) = s(T - t) = \text{rect}\left(\frac{t - T/2}{T}\right)$$

أى أن الاستجابة للنبضة الحادة تأخذ شكلا مستطيلا مع الزمن كما يبين شكل 1.5



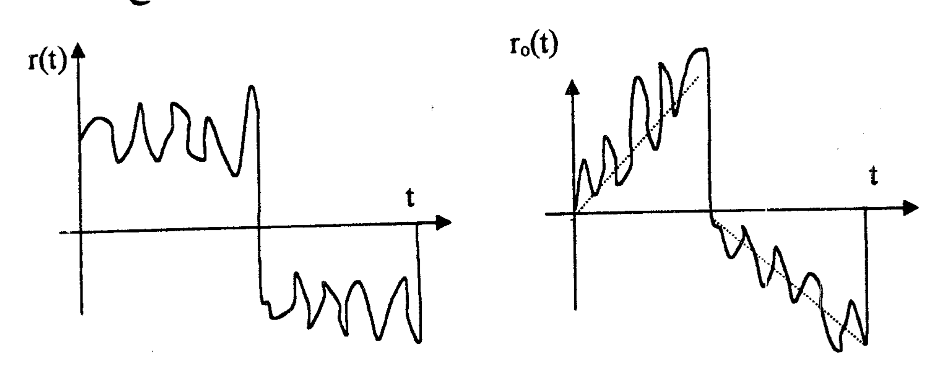


h(t)=s(T-t)
T
t



شكل (a.1.5) الاشارات وعملية الترشيح فى المرشح الموائم للمثال السابق

و يلاحظ أن استجابة المرشح للنبضة المستطيلة هى دالة مثلثية قيمتها العظمى عند اللحظة $t = T$. مما سبق نلاحظ انه عندما تكون الإشارة مستطيلة فان المرشح الموائم يكافئ عملية تكامل و إخماد فى كل فترة T إذا أرسلت البيانات الرقمية باستخدام شفرة خط قطبية أو أحادية القطبية حيث نحتاج إلي تصفير الخرج من المكامل بعد أخذ العينة فى نهاية الفترة T لبدء عملية تكامل جديدة و يوضح شكل (1.5) مثالا لإشارة قطبية مشوهة بالضوضاء و شكل الخرج من المرشح الموائم. تحتاج هذه العملية إلي معرفة تزامن الرموز الثنائية حتى يحدث أفضل ترشيح.



شكل (b.1.5) إشارتي الدخل والخرج للمرشح الموائم

نظرية : فى حالة الضوضاء البيضاء يكون المرشح الموائم مكافئا لرابط correlator .

البرهان : يكون الخرج من الرابط

$$r_o(t_o) = \int_{t_o-T}^{t_o} r(t)s(t)dt \qquad (1.5)$$

وفى حالة المرشح الموائم يكون الخرج

$$r_o(t_o) = r(t_o) * h(t_o) = \int_{-\infty}^{t} r(\lambda)h(t_o-\lambda)d\lambda$$

ولكن فى حالة الضوضاء البيضاء $h(t) = s(t_o - t)$ خلال الفترة $0 < t < T$ وصفرا خارج هذه الفترة، لذلك يصير الخرج

$$r_o(t_o) = \int_{t_o-T}^{t_o} r(\lambda)s[t_o-(t_o-\lambda)]d\lambda = \int_{t_o-T}^{t_o} r(\lambda)s(\lambda)d\lambda$$

وهو الخرج من الرابط كما تعطيه المعادلة (1.5) و بذلك ثبت المطلوب.

مثال: فى حالة BPSK تعطى الإشارة بالمعادلة

$$s(t) = \pm A\cos\omega_c t \qquad\qquad nT \le t \le (n+1)T$$

بذلك يكون الخرج من الرابط الذى يستخدم إشارة متزامنة لها نفس التردد و الطور

$$r(nT) = \int_{(n-1)T}^{T} \pm A\cos^2\omega_c t dt + \int n(t)\cos\omega_c t dt = \pm\frac{A}{2}T + \eta$$

حيث η متغير عشوائى متوسطه صفر. لذلك فقاعدة اتخاذ القرار تبنى على قطبية الخرج.

2.5 احتمال الخطأ للإشارات الثنائية فى وجود الضوضاء الجاوسية

تمثل الإشارة الثنائية $s(t)$ بأحد الشكلين $s_1(t)$ أو $s_2(t)$ فى حالتى إرسال واحد أو صفر على الترتيب و تجمع الضوضاء $n(t)$ على أحد الشكلين أثناء فترة رمز ثنائى معينة بحيث تكون الإشارة الداخلة إلي جهاز الاستقبال $r(t)$

عند إرسال 1 $\quad r(t) = s_1(t) + n(t)$

وعند إرسال 0 $\quad r(t) = s_2(t) + n(t)$

يقوم جهاز الاستقبال بمعالجة الإشارة المستقبلة $r(t)$ و إخراج إشارة $r_o(t)$ التى يؤخذ منها عينات بمعدل يساوى معدل النبضات الثنائية. لذلك تكون العينة المأخوذة

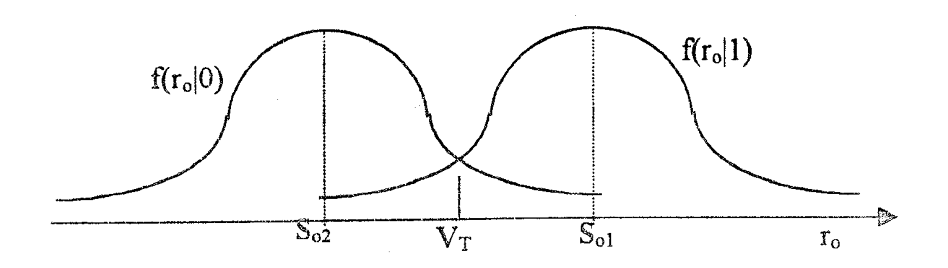
عند إرسال 1 $\quad r_o = r_o(t_o) = s_{o1} + n_o$

وعند إرسال 0 $\quad r_o = r_o(t_o) = s_{o2} + n_o$

حيث s_{o1} و s_{o2} هما قيمتى العينتين الناتجتين من معالجة الإشارتين $s_1(t)$ أو $s_2(t)$ على الترتيب بينما n_o هى قيمة العينة الناتجة عن معالجة إشارة الضوضاء $n(t)$ وبفرض أن الضوضاء هى عملية عشوائية جاوسية متوسطها صفر تكون n_o متغير عشوائى جاوسى متوسطه صفر و متوسط مربعه σ_n^2 ويصير r_o متغير عشوائى جاوسى تباينه σ_n^2 ولكن متوسطه s_{o1} أو s_{o2} فى حالتى إرسال 1 أو 0 على الترتيب. ولذلك تكون دالة كثافة الاحتمال للمتغير r_o فى هاتين الحالتين هما

$$f(r_o \mid 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(\frac{-(r - s_{o1})^2}{2\sigma_n^2} \right)$$

$$f(r_o \mid 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(\frac{-(r - s_{o2})^2}{2\sigma_n^2} \right)$$



شكل (2.5) كثافة احتمال الإشارة المكتشفة وحدود مناطق القرار

ويتخذ القرار بناءا على قيمة r_o بحيث إذا كانت أكبر من حد threshold معين V_t يقرر أن 1قد أرسل و إذا كانت هذه القيمة أصغر من V_t يقرر أن 0 قد أرسل لذلك يكون احتمال الخطأ فى حالة إرسال 0 هو

$$P(\varepsilon \mid 0) = \int_{V_t}^{\infty} f(r_o \mid 0) dr_o$$

ويكون احتمال الخطأ فى حالة إرسال 1 هو

$$P(\varepsilon \mid 1) = \int_{-\infty}^{V_t} f(r_o \mid 0) dr_o$$

وبفرض أن احتمال إرسال 0 مساوى لاحتمال إرسال 1 تصير القيمة المتوسطة لاحتمال الخطأ

$$
\begin{aligned}
P_e &= \frac{1}{2} P(\varepsilon \mid 0) + \frac{1}{2} P(\varepsilon \mid 1) \\
&= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{V_t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(\frac{-(r - s_{o1})^2}{2\sigma_n{}^2} \right) dr_o + \frac{1}{2} \int_{V_t}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(\frac{-(r - s_{o2})^2}{2\sigma_n{}^2} \right) dr_o \\
&= \frac{1}{2} Q\left(\frac{-V_t + s_{o1}}{\sigma_n} \right) + \frac{1}{2} Q\left(\frac{V_t - s_{o2}}{\sigma_n} \right)
\end{aligned}
$$

ولجعل P_e أقل ما يمكن باختيار قيمة مثلى للحد V_t نضع $\frac{\partial P_e}{\partial V_t} = 0$

وبحل المعادلة الناتجة نجد أن أفضل قيمة للحد هى $V_t(opt) = \frac{s_{o1} + s_{o2}}{2}$

وتصير القيمة الصغرى لاحتمال الخطأ

$$\min P_e = Q\left(\frac{s_{o1} - s_{o2}}{2\sigma_n}\right) \qquad (2.5)$$

فى حالة استعمال مرشح موائم كمعالج للإشارة المستقبلة $r(t)$ و بفرض أن الضوضاء جاوسية بيضاء يكون المرشح الموائم لفرق الإشارة $s_1(t) - s_2(t)$ هو

$$h(t) = k[s_1(t_o - t) - s_2(t_o - t)]$$

وتصبح القيمة العظمى لنسبة الإشارة إلي الضوضاء لخرج المرشح هى $2E_d/N_0$ حيث تمثل E_dطاقة فرق الإشارة و تعرف كالآتى

$$E_d = \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt$$

لذلك يمكن كتابة احتمال الخطأ بدلالة E_d/N_0 حيث $N_0/2$ هي الكثافة الطيفية للضوضاء البيضاء.

$$P_e = Q\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2E_d}{N_o}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_d}{2N_o}}\right) \qquad (3.5)$$

وفيما يلى نطبق هذه القاعدة على بعض الإشارات حيث تستخدم المعادلة (2.5) لحساب احتمال الخطأ عند استخدام أى مستقبل بينما تستخدم المعادلة (3.5) عند استخدام المرشح الموائم.

1.2.5الإشارة أحادية القطبية Unipolar

وتمثل بالحالتين

$$s_1(t) = A \qquad 0 < t < T$$
$$s_2(t) = 0 \qquad 0 < t < T$$

وبحساب E_d لهذه الإشارة نجد أنها $E_d = A^2T$

بينما متوسط الطاقة للنبضة $E_b = E_d/2$ لأن 1 و 0 لهما نفس الاحتمال لذلك يكون احتمال الخطأ عند استخدام المرشح الموائم

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{A^2T}{2N_o}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right)$$

مع ملاحظة أن المرشح الموائم هنا هو دائرة تكامل و إخمد.

أما اذا استخدم مرشح عادى لامرار الترددات المنخفضة LPF نطاق تردده $B > 2/T$ للحد من قدرة الضوضاء تصير قدرة الضوضاء بعد الترشيح

$s_{o1} - s_{o2} = A$ و $\sigma_n^2 = N_o B$

لذلك يكون احتمال الخطأ باستعمال المعادلة (2.5)

$$P_e = Q\left(\frac{A}{2\sqrt{N_o B}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{A^2}{4N_o B}}\right)$$

2.2.5 الإشارة القطبية Polar

وتمثل بالحالتين

$$s_1(t) = A \qquad 0 < t < T$$
$$s_2(t) = -A \qquad 0 < t < T$$

وبحساب E_d لهذه الإشارة نجد أنـــها $E_d = (2A)^2T = 4E_b$

لذلك يكون احتمال الخطأ عند استخدام المرشح الموائم

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{4A^2T}{2N_o}}\right) = Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_o}}\right)$$

وبذلك تعطى هذه الإشارة ميزة قدرها 3dB بالنسبة للإشارة أحادية القطبية

أما فى حالة استخدام مرشح عادى LPF نطاق تردده B يكون $\sigma_n^2 = N_o B$ و

$s_{o1} - s_{o2} = 2A$

ويصير احتمال الخطأ

$$P_e = Q\left(\frac{2A}{2\sqrt{N_o B}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{A^2}{N_o B}}\right)$$

3.2.5 إشارة تبديل الفتح و القفل OOK

وتمثل بالحالتين

$s_1(t) = A\cos(\omega_c t + \theta) \qquad 0 < t < T$

$s_2(t) = 0 \qquad 0 < t < T$

وبحساب E_d لهذه الإشارة نجد أنها

$$E_d = \int_0^T A^2 \cos^2(\omega_c t + \theta)dt = \frac{A^2 T}{2} = 2E_b$$

لذلك يكون احتمال الخطأ عند استخدام المرشح الموائم .

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{A^2 T}{2(2N_o)}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right)$$

وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها فى حالة الإشارة أحادية القطبية. ويلاحظ أن المرشح الموائم هنا يكافئ رابط يضرب الإشارة فى $2\cos(\omega_c T + \theta)$ ثم يكامل النتيجة لمدة T ويأخذ العينة فى نهاية الفترة و يخمد الإشارة . وعند استبدال دائرة التكامل والإخماد بمرشح عادى LPF نطاق تردده B يكون $\sigma_n^2 = N_o B$ و $s_{o1} = A,\ s_{o2} = 0$

ويصير احتمال الخطأ

$$P_e = Q\left(\frac{A}{2\sqrt{2N_o B}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{A^2}{8N_o B}}\right)$$

4.2.5 إشارة تبديل إزاحة الطور الثنائى BPSK

وتمثل بالحالتين

$s_1(t) = A\cos(\omega_c t + \theta) \qquad 0 < t < T$

$s_2(t) = -A\cos(\omega_c t + \theta) \qquad 0 < t < T$

وبحساب E_d لهذه الإشارة نجد أنها

$$E_d = \int_0^T [2A\cos(\omega_c t + \theta)]^2 dt = 2A^2T = 4E_b$$

وعند استخدام المرشح الموائم يصير احتمال الخطأ مماثلا لحالة OOK فيما عدا استخدام قيمة مختلفة للحد V_t (صفر في حالة PSK بينما $V_t = AT/2$ في حالة OOK) لذلك فان احتمال الخطأ

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2A^2T}{2N_o}}\right) = Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_o}}\right)$$

أما في حالة استخدام LPF بدلا من التكامل والإخماد $\sigma_n^2 = 2N_oB$

$s_{o1} = A,\ s_{o2} = -A$

لذلك يصبح احتمال الخطأ

$$P_e = Q\left(\frac{2A}{2\sqrt{2N_oB}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{A^2}{2N_oB}}\right)$$

وبذلك يمتاز PSK عن OOK بمقدار 3dB في حالة استخدام نفس القدرة المتوسطة أو بمقدار 6dB في حالة استخدام نفس الغلاف A .

5.2.5 إشارة تبديل إزاحة التردد الثنائي BFSK

وتمثل بالحالتين

$s_1(t) = A\cos\omega_1 t \qquad 0 < t < T$

$s_1(t) = A\cos\omega_2 t \qquad 0 < t < T$

وبحساب E_d لهذه الإشارة نجد أنها

$$E_d = \int_0^T [A\cos\omega_1 t - A\cos\omega_2 t]^2 dt$$

$$= \int_0^T [A^2\cos^2\omega_1 t + A^2\cos^2\omega_2 t - 2A^2\cos\omega_1 t\cos\omega_2 t]dt$$

$$= \frac{A^2}{2}[2T - \frac{\sin(\omega_1 - \omega_2)T}{\omega_1 - \omega_2}]$$

وذلك باعتبار أن تكامل موجة جيبية لفترة أكبر بكثير من زمن دورها يكون مهملا.

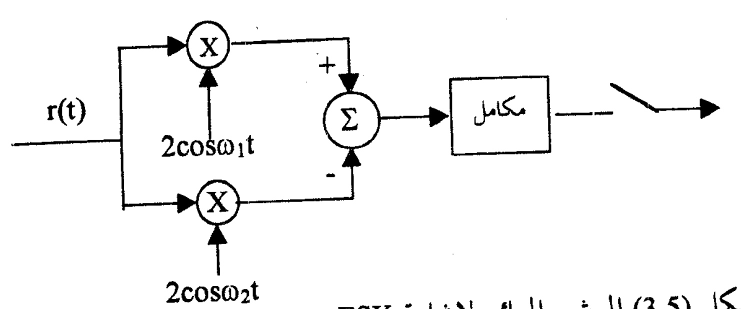
فى حالة استخدام ترددين متعامدين $f_1 - f_2 = n/2T$

تصير $E_d = A^2T = 2E_b$

لذلك يكون احتمال الخطأ عند استخدام المرشح الموائم لهذه الحالة

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{A^2T}{2N_o}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right)$$

وهذه النتيجة مماثلة لحالة OOK مع ملاحظة أن المرشح الموائم فى حالة FSK كما هو موضح فى شكل(3.5)



شكل (3.5) المرشح الموائم لإشارة FSK

ويمكن استبدال هذه الدائرة بمرشح LPF عرض نطاق تردده B مناسب. فى هذه الحالة تكون قدرة الضوضاء بعد الترشيح $4N_oB$ حيث تأتى قدرة مقدارها $2N_oB$ من كل فرع

$$s_{o1} = A,\ \ s_{o2} = -A,\ \sigma_n^{\ 2} = 4N_oB$$

ويصير احتمال الخطأ

$$P_e = Q\left(\frac{2A}{2\sqrt{4N_oB}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{A^2}{4N_oB}}\right)$$

وهو مماثل لحالة OOK اذا استخدمت نفس القدرة المتوسطة.

6.2.5 إشارة تبديل إزاحة الطور الرباعىQPSK, OQPSK

باستخدام مرشح موائم نحصل على نفس احتمال الخطأ لإشارة BPSK حيث أن QPSK يمكن فصلها إلي إشارتي BPSK على التوازى ولكن يقل نطاق التردد اللازم لنقل نفس معدل الرموز الثنائية إلي النصف باستخدام QPSK أو OQPSK

7.2.5إشارة تبديل الإزاحة الدنياMSK

باستخدام مرشح موائم نحصل على نفس احتمال الخطأ لإشارات BPSK و QPSK و OQPSK ، أما إذا اعتبرت إشارة MSK كحالة خاصة من FSK واستخدام كاشف كما فى FSK يصير احتمال الخطأ مماثلا لحالة FSK حسب نوع الكاشف

8.2.5 إشارة التضمين السعوى المتعامدQAM

وتمثل بالحالات الآتية

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}}\left[A_i \cos\omega_c t + B_i \sin\omega_c t\right]$$

أثناء فترة معينة طوله T_s وحيث أن السعتين B_i, A_i تأخذ القيم $\pm a, \pm 3a, \pm 5a$ ....الخ

فى حالة إشارة 16QAM تكون هذه القيم $\pm a, \pm 3a$

وتكون الطاقة للرمز $E_i = A_i^2 + B_i^2$

وبذلك يكون متوسط الطاقة للرمز $E_s = 10\,a^2$

شكل (4.5)كوكبة الإشارات ومناطق القرار لإشارة 16QAM

ويبين شكل (4.5)كوكبة الإشارات و مناطق القرار التى بفصل بينها الخطوط المنقطة و المحوران المتعامدان و يلاحظ من هذا الشكل أن هناك ثلاثة أنواع لمناطق القرار الذى يتخذ فى جهاز الاستقبال الموضح بشكل (15.4) و الذى يستخدم مرشح موائم للإشارة.

فى حالة نقل إشارة معينة $s_i(t)$ تكون الإشارة الداخلة $s_i(t) + n(t)$

حيث $n(t)$ ضوضاء جاوسية بيضاء لها كثافة قدرة ثابتة تساوى $N_o/2$ ويكون الخرج من الفرع العلوى $A_i + n_I$ ويكون الخرج من الفرع السفلى $B_i + n_Q$
ومن خواص الضوضاء الجاوسية نستنتج أن n_I, n_Q هما متغيران عشوائيان جاوسيان متوسط كل منهما صفر و لهما نفس التباين (أو القدرة) σ^2 الذى نشتقه فيما يلى

$$n_I = \int_0^{T_s} n(t)\sqrt{\frac{2}{T_s}}\cos\omega_c t dt$$

$$\sigma^2 = E\{n_I^{\,2}\} = E\left\{\int_0^{T_s}\int_0^{T_s}\frac{2}{T_s}n(t)n(\lambda)\cos\omega_c t\cos\omega_c\lambda dt d\lambda\right\}$$

$$= \int_0^{T_s}\int_0^{T_s}\frac{2}{T_s}\frac{N_o}{2}\delta(t-\lambda)\cos\omega_c t\cos\omega_c\lambda dt d\lambda$$

$$= \frac{N_o}{T_s}\int_0^{T_s}\cos^2\omega_c t dt = \frac{N_o}{T_s}\frac{T_s}{2} = \frac{N_o}{2}$$

وبالمثل يمكن إثبات أن $E\{n_Q^{\,2}\} = \frac{N_o}{2}$

وبذلك تكون كثافة الاحتمال للمتغيرين العشوائيين n_I, n_Q هى

$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\exp\left\{-\frac{n^2}{N_0}\right\}$$

بالرجوع إلي شكل (4.5) نجد أن أى عنصر فى كوكبة الإشارات يمثل بإحداثي أفقى A_i و إحداثي رأسى B_i ويتخذ القرار حسب قيمتى المتغيرين $A_i + n_I$ و $B_i + n_Q$

فى حالة إرسال إشارة من النوع الأول و التى لها منطقة قرار مربعة يكون القرار خاطئا إذا زاد أى من $|n_I|$ أو $|n_Q|$ عن a ويكون القرار صحيحا إذا كل

$-a < n_Q < a, -a < n_I < a$

وبذلك يكون احتمال صحة القرار فى هذه الحالة

$$P(C \mid I) = \int_{-a}^{a} f(n)dn \int_{-a}^{a} f(n)dn$$

$$= \left[\int_{-a}^{a} \frac{1}{\sqrt{\pi N_o}} \exp\left\{ -\frac{n^2}{N_o} \right\} dn \right]^2$$

$$= \left[1 - 2Q\left(\sqrt{\frac{2a^2}{N_o}} \right) \right]^2$$

فى حالة إرسال إشارة من النوع الثانى و التى لها منطقة قرار مستطيلة ممتدة الى مالانهاية فى اتجاه واحد ،يكون القرار صحيحا إذا كل

$-a < n_Q < \infty, -a < n_I < a$

وبذلك يكون احتمال صحة القرار فى هذه الحالة

$$P(C \mid II) = \int_{-a}^{a} f(n)dn \int_{-a}^{\infty} f(n)dn$$

$$= \left[1 - 2Q\left(\sqrt{\frac{2a^2}{N_o}} \right) \right] \left[1 - Q\left(\sqrt{\frac{2a^2}{N_o}} \right) \right]$$

أما فى حالة إرسال إشارة من النوع الثالث و التى لها منطقة قرار مستطيلة ممتدة إلي مالانهاية فى اتجاهين متعامدين ،يكون القرار صحيحا إذا كل

$-a < n_Q < \infty, -a < n_I < \infty$

وبذلك يكون احتمال صحة القرار فى هذه الحالة

$$P(C \mid III) = \left[\int_{-a}^{\infty} f(n)dn \right]^2 = \left[1 - Q\left(\sqrt{\frac{2a^2}{N_o}} \right) \right]^2$$

ونظرا لوجود أربع إشارات من النوع الأول و ثمانية من النوع الثانى وأربعة من النوع الثالث ، يكون متوسط احتمال صحة القرار لجميع الإشارات

$$P(C)=\frac{4}{16}P(C\mid I)+\frac{8}{16}P(C\mid II)+\frac{4}{16}P(C\mid III)$$

ويكون متوسط احتمال الخطأ

$$P_e=1-P(C)=3Q\left(\sqrt{\frac{2a^2}{N_o}}\right)-2.25Q^2\left(\sqrt{\frac{2a^2}{N_o}}\right)$$

يلاحظ أنه إذا كانت نسبة الإشارة إلي الضوضاء كبيرة تكون قيمة الدالة Q(.) صغيرة ويمكن تقريب متوسط احتمال الخطأ بالعلاقة

$$P_e\approx 3Q\left(\sqrt{\frac{2a^2}{N_o}}\right)=3Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{5N_o}}\right)$$

9.2.5 إشارة تبديل الإزاحة للطور المتعدد MPSK

وتمثل بالحالات الآتية

$$s_i(t)=\sqrt{\frac{2}{T_s}}\cos[\omega_c t+\frac{2\pi(i-1)}{M}]$$

أثناء فترة الرمز T_s حيث $i = 1, 2, 3, \ldots, M$

ويمكن أيضا كتابتها على الصورة

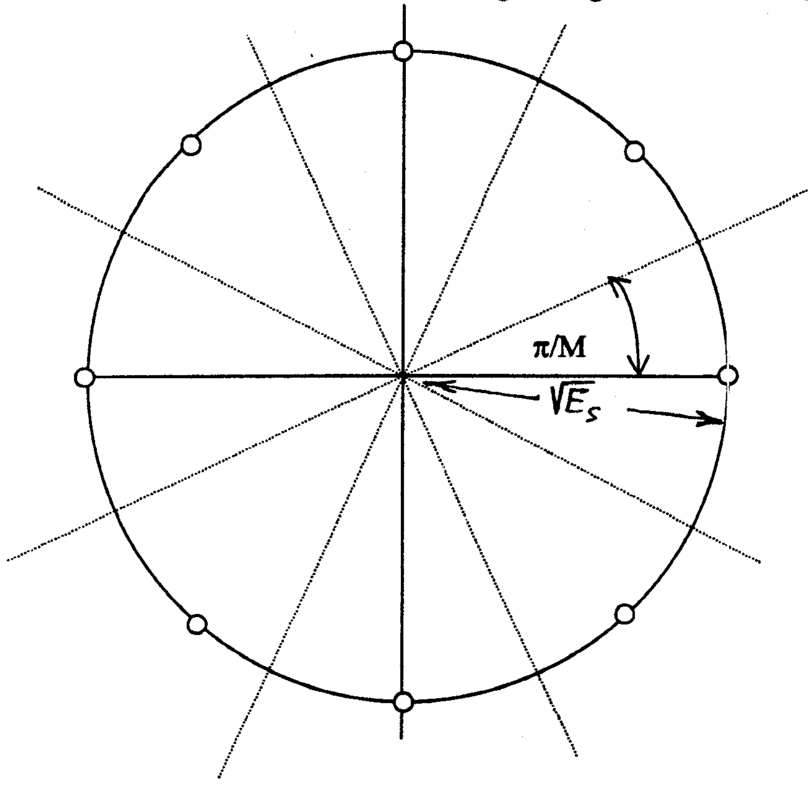
$$s_i(t)=\sqrt{\frac{2}{T_s}}\left[\cos\frac{2\pi(i-1)}{M}\cos\omega_c t-\sin\frac{2\pi(i-1)}{M}\sin\omega_c t\right]$$

ويمكن تمثيلها بكوكبة الإشارات ذات الإحداثيات المتعامدة (A_i, B_i) أو

$$\sqrt{E_s}\cos\frac{2\pi(i-1)}{M},\qquad -\sqrt{E_s}\sin\frac{2\pi(i-1)}{M}$$

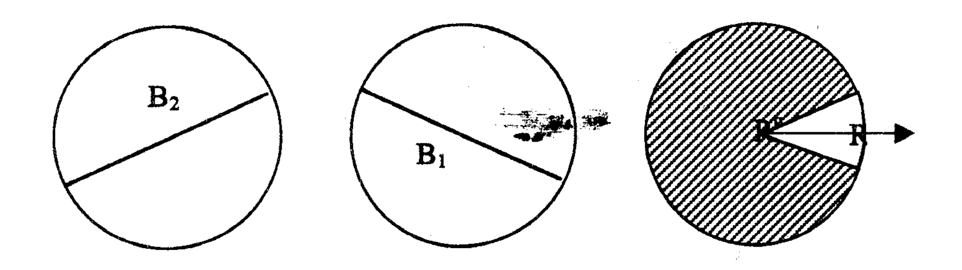
لجهاز الاستقبال المبين فى شكل (15.4)

ويوضح شكل (5.5) كوكبة الإشارات التي تمثل بالدوائر الصغيرة و مناطق القرار التي يفصل بينها الخطوط المنقطة. وكما في حالة16QAM يكون الخرج من الفرع العلوى لجهاز الاستقبال $A_i + n_I$ و الخرج من الفرع السفلى $B_i + n_Q$ حيث كل من n_I, n_Q متغير عشوائي جاوسي متوسطه صفر وتباينه $\sigma^2 = N_o/2$.



شكل (5.5) كوكبة الإشارات ومناطق القرار لإشارة MPSK

نظرا لتماثل مناطق القرار فان احتمال الخطأ لايتغير بتغير الاشارة ، لذلك يمكن اشتقاق احتمال الخطأ بفرض إرسال الإشارة التي طورها صفر. و يوضح شكل (6.5) منطقة القرار لهذه الإشارة R (المنطقة البيضاء) والمنطقة المكملة لها R^c (المنطقة المهشرة) وفيما يلى نشتق الحدين الأعلى والأسفل لاحتمال الخطأ .



شكل (6.5) مناطق اتخاذ القرار للطور صفر وحساب الحدين الأدنى والأعلى لاحتمال الخطأ

بما أن مساحة المنطقة B_1 أصغر من مساحة المنطقة R^c (فيما عدا الحالة الخاصة M=2 حيث تتساوى المساحتان)، اذن

$$P(e) \geq \Pr\{s \in B_1\} = \Pr\{n_Q > \sqrt{E_s} \sin\frac{\pi}{M}\} = \int_{\sqrt{E_s}\sin\frac{\pi}{M}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi n_o}} \exp\left(-\frac{u^2}{N_o}\right) du$$

$$P(e) > Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_o}} \sin\frac{\pi}{M}\right)$$

والمتباينة الأخيرة تعطى الحد الأدنى لاحتمال الخطأ. للحصول على حد أعلى لاحتمال الخطأ يلاحظ أن مجموع مساحتي المنطقتين B_1 و B_2 يزيد عن مساحة المنطقة R^c. لذلك

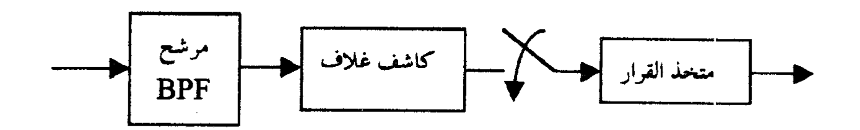
$$P(e) < \Pr\{s \in B_1\} + \Pr\{s \in B_2\}$$

$$P(e) < 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_o}} \sin\frac{\pi}{M}\right)$$

3.5 احتمال الخطأ للكشف الغير متماسك

1.3.5 إشارة تبديل الفتح و القفلOOK

يتكون جهاز الاستقبال من مرشح لتقليل قدرة الضوضاء ثم كاشف غلاف يليه أخذ عينات بمعدل مساوى لمعدل الرموز الثنائية ثم بمقارنة كل عينة بالحد V_t لاتخاذ القرار،و يوضح شكل (7.5) تركيب جهاز الاستقبال.



شكل (7.5)جهاز استقبال إشارة OOK

بفرض أن الضوضاء الداخلة حاوسية بيضاء يكون الخرج من المرشح r(t) أثناء فترة زمنية مدتها T

في حالة إرسال 1 $r(t) = A\cos\omega_c t + n(t)$

وفي حالة إرسال 0 $r(t) = n(t)$

حيث n(t) ضوضاء محدودة النطاق B و يمكن تمثيلها بمركبتين متعامدتين $n_c(t)$, $n_s(t)$ كل منهما عملية عشوائية متوسطها صفر و تباينها(أو قدرتها) $\sigma^2 = N_oB$

في حالة إرسال 1 $r(t) = [A + n_c(t)]\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t$

في حالة إرسال 0 $r(t) = n_c(t)\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t$

وبذلك يكون غلاف الإشارة $R(t) = R_1(t)$ في حالة إرسال 1 حيث

$$R_1(t) = \sqrt{[A + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)}$$

و هو عملية عشوائية من نوع رايس Rice و كثافة احتمال عيناتها

$$f(r_1) = \frac{r_1}{\sigma^2} \exp[-\frac{r_1^2 + A^2}{2\sigma^2}] I_o \left(\frac{r_1 A}{\sigma^2} \right)$$

ويكون غلاف الإشارة $R(t) = R_o(t)$ فى حالة إرسال 0 حيث

$$R_o(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)}$$

و هو عملية عشوائية من نوع رايلى Rayleigh و كثافة احتمال عيناتها

$$f(r_o) = \frac{r_o}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_o^2}{2\sigma^2} \right)$$

وتصير قاعدة اتخاذ القرار هى :"قرر 1 إذا كانت العينة أكبر من V_t و قرر 0 إذا كانت العينة أصغر من V_t " ويصير متوسط احتمال الخطأ

$$P_e = \frac{1}{2} \int_0^{V_t} \frac{r_1}{\sigma^2} \exp[-\frac{r_1^2 + A^2}{2\sigma^2}] I_o \left(\frac{r_1 A}{\sigma^2} \right) dr_1 + \frac{1}{2} \int_{V_t}^{\infty} \frac{r_o}{\sigma^2} \exp[-\frac{r_o^2}{2\sigma^2}] dr_o$$

ويختار الحد V_t الذى يجعل P_e أقل ما يمكن ويمكن إثبات أن القيمة المثلى له هى A/2 تقريبا إذا كان $A/\sigma >> 1$ ويكون احتمال الخطأ تقريبا

$$P_e \approx \frac{1}{2} \int_{A/2}^{\infty} \frac{r_o}{\sigma^2} \exp[-\frac{r_o^2}{2\sigma^2}] dr_o = \frac{1}{2} \exp[-\frac{A^2}{8\sigma^2}] = \frac{1}{2} \exp[-\frac{E_b / N_o}{2BT}]$$

حيث تم إهمال التكامل الأول لصغر قيمته بالنسبة للتكامل الثانى

2.3.5 إشارة تبديل إزاحة التردد الثنائى BFSK

تمثل الإشارة بالحالتين

فى حال إرسال 1 $\quad s_1(t) = A \cos(\omega_1 t + \theta_1)$

وفى حال إرسال 0 $\quad s_2(t) = A \cos(\omega_2 t + \theta_2)$

وسنفرض أن الفاصل الترددى بين الإشارتين $f_1 - f_2$ كبير لدرجة أن الانطواء overlapping بين الطيفين يكون مهملا. لذلك يستخدم مرشح استجابته الترددية

مركزة عند f_1 و نطاق تردده B لامرار الإشارة الأولى ومنع الثانية فى الفرع العلوى لجهاز الاستقبال الموضح فى شكل (6.4) بينما يستخدم مرشح آخر استجابته الترددية مركزة عند f_2 و نطاق تردده B لامرار الإشارة الثانية ومنع الأولى فى الفرع السفلى. يلى المرشح كاشف غلاف فى الفرعين ثم يطرح خرج الفرع السفلى $V_L(t)$ من خرج الفرع العلوى $V_U(t)$ و تؤخذ عينات من الإشارة الناتجة $r_o(t) = V_U(t) - V_L(t)$ و تقارن بالصفر وتكون قاعدة اتخاذ القرار هى "قرر 1 إذا كانت العينة موجبة و قرر 0 إذا كانت العينة سالبة". وبذلك يكون احتمال الخطأ فى حالة إرسال 0 هو احتمال أن $V_L < V_U$ ، ولكن فى حالة إرسال 0 كثافة احتمال V_U هى رايلى

$$f(V_U) = \frac{V_U}{\sigma^2} \exp[-\frac{V_U^2}{2\sigma^2}]$$

وكثافة احتمال V_L هى رايس

$$f(V_L) = \frac{V_L}{\sigma^2} \exp[-\frac{V_L^2 + A^2}{2\sigma^2}] I_o\left(\frac{V_L A}{\sigma^2}\right)$$

حيث $\sigma^2 = N_o B$ ،و لذلك يصير احتمال الخطأ بشرط إرسال 0

$$P_e \mid 0 = \Pr[V_U > V_L] = \int_0^{\infty} f(V_L) [\int_{V_L}^{\infty} f(V_U) dV_U] dV_L$$

وبملاحظةأن

$$\int_{V_L}^{\infty} f(V_U) dV_U = \int_{V_L}^{\infty} \frac{V_U}{\sigma^2} \exp[-\frac{V_U^2}{2\sigma^2}] dV_U = \exp[-\frac{V_L^2}{2\sigma^2}]$$

$$\therefore P_e \mid 0 = \exp[-\frac{A^2}{2\sigma^2}]\int_0^\infty \frac{V_L}{\sigma^2}\exp[-\frac{V_L^2}{\sigma^2}] I_0\left(\frac{V_L A}{\sigma^2}\right)dV_L$$

وباستخدام جداول التكاملات نجد أن نتيجة التكامل هى

$$\frac{1}{2}\exp[\frac{A^2}{4\sigma^2}]$$

ويصير احتمال الخطأ عند ارسال 0

$$P_e = P_e \mid 0 = \frac{1}{2}\exp[-\frac{A^2}{4\sigma^2}] = \frac{1}{2}\exp[-\frac{E_b / N_o}{2BT}]$$

وهى مساوية لمتوسط احتمال الخطأ بسبب التماثل بين حالتى إرسال 0 أو 1

ويلاحظ أن هذه النتيجة مماثلة لحالة OOK السابقة. وبأخذ أقل قيمة ممكنة للنطاق B= 1/T لمنع ISI يصير متوسط احتمال الخطأ

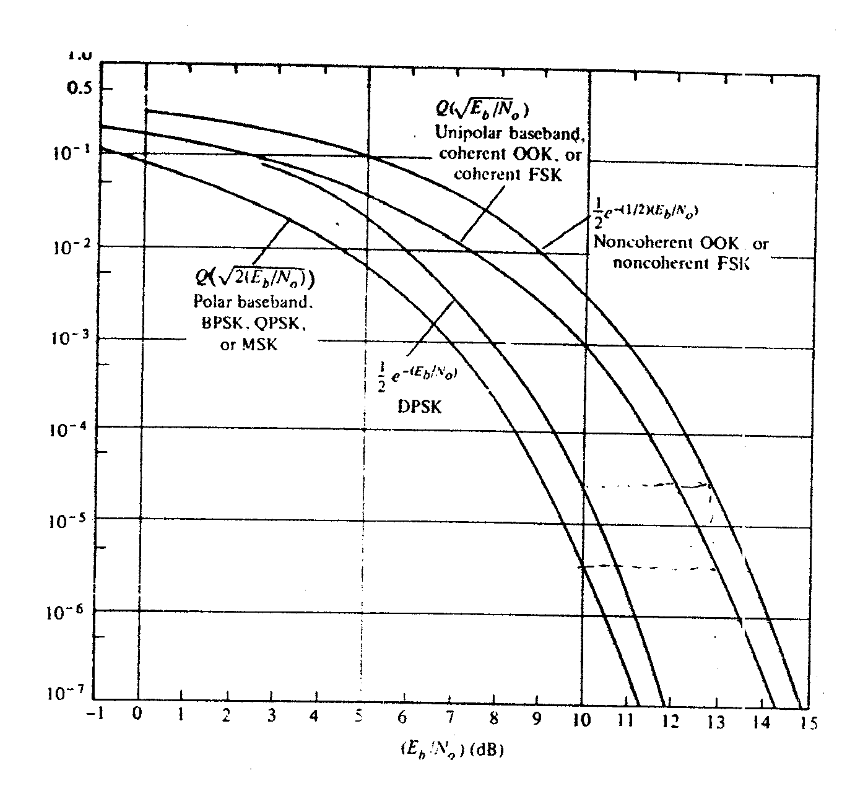
$$P_e = \frac{1}{2}\exp[-\frac{E_b}{2N_o}]$$

3.3.5 إشارة تبديل إزاحة فرق الطور DPSK

إذا استخدم الكاشف الأمثل فى هذه الحالة يمكن إثبات أن احتمال الخطأ مماثل لحالتى OOK و FSK مع الكشف الغير متماسك المعطى بالمعادلة

$$P_e = \frac{1}{2}\exp[-\frac{E_b}{N_o}]$$

أخيرا يلخص شكل (8.5) احتمالات الخطأ لبعض طرق التضمين الرقمية.



شكل (8.5) احتمالات الخطأ لبعض طرق التضمين الرقمية.

نفترض أن مصدر معلومات يولد رمزا من مجموعة الرموز $\{s_0, s_1, \ldots, s_{k-1}\}$
بحيث أن احتمال الرمز s_k هو p_k لذلك

$$\sum_{k=0}^{K-1} p_k = 1$$

1.6 المصدر المتقطع عديم الذاكرة Discrete Memoryless Source

اذا كانت الرموز الصادرة من المصدر فى أزمنة مختلفة مستقلة عن بعضها يسمى المصدر المتقطع عديم الذاكرة discrete memoryless .

اذا فرضنا ان $p_k = 1$ فهذا يعنى أن الرمز s_k سيصدر بالتأكيد وبذلك تكون المعلومات صفرا ، أما اذا كانت p_k صغيرة فعند صدور رمز من المصدر تزيد كمية المعلومات لعدم تأكدنا من الرمز الصادر قبل صدوره.

2.6 الانتروبيا وقياس المعلومات Entropy and Information measure

تعرف كمية المعلومات التى تصلنا عندما نلاحظ الرمز الصادر s_k بانها

$$I(s_k)=\log(1/p_k)$$

ويلاحظ من هذا التعريف أن المعلومات تكون صفرا اذا كان $p_k = 1$ وأنها تزداد كلما قل الاحتمال p_k ، ويلاحظ أيضا أن المعلومات موجبة لأن

$0 \le p_k \le 1$ لذلك $I(s_k) \ge 0$

فى حالة وصول رمزين مستقلين s_k و s_j تكون المعلومات المكتسبة

$$I(s_k\, s_j)=I(s_k)+I(s_j)$$

لأن

$$\log(\frac{1}{p_k p_j}) = \log(1/p_k) + \log(1/p_j)$$

وباخذ أساس اللوغاريتم 2 تكون المعلومات نتيجة وصول رمز احتماله 1/2 هى الواحد وهى نتيجة رمز من رمزين لهما نفس الاحتمال ، اما اذا اعتبرنا فترة طويلة صدر خلالها N رمز مستقل يكون عدد المرات التى ظهر فيها الرمز s_k هو p_iN مرة، لذلك تكون كمية المعلومات خلال الفترة المذكورة

$$I_t = \sum_{i=0}^{K-1} p_i N \log(1/p_i)$$

ويكون متوسط المعلومات للرمز الواحد هو الانتروبيا H Entropy

$$H = I_t / N = \sum_{i=0}^{K-1} p_i \log(1/p_i)$$

ويلاحظ أنها تتراوح فى المدى $0 \le H \le \log_2 K$ وتأخذ قيمتها الصغرى اذا كان $p_k = 1$ لأى رمز، كما تأخذ قيمتها العظمى اذا تساوت احتمالات جميع الرموز ($p_k=1/K$ لأى رمز).

كحالة خاصة بالنسبة للمصدر الثنائى عديم الذاكرة binary memoryless تكون الانتروبيا

$$H = -p_o \log p_o - p_1 \log p_1$$

حيث p_0 احتمال الرمز الأول و p_1 احتمال الرمز الثانى

$$H(p) = -p \log p - (1-p)\log(1-p) \quad ,0 \le p \le 1$$

ويلاحظ أن $H(1) = H(0) = 0$ و تكون قيمتها عظمى عندما يكون $p=1/2$ حيث تصير $H(1/2)= 1$

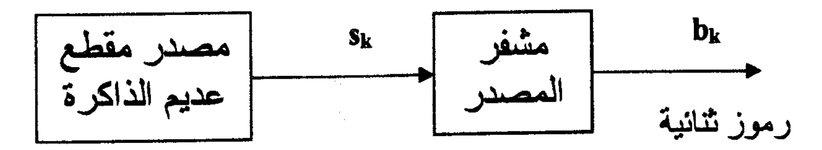
يلاحظ أن الانتروبيا هى مقياس للمعلومات informatiom measure و كذلك مقياس لعدم التأكد uncertainty أو العشوائية randomness .

1.2.6 امتداد للمصدر المقطع عديم الذاكرة

اذا اعتبرنا مجموعات من الرموز بدلا من الرموز الفردية و كل مجموعة تتكون من n رمز متتالى يصير عدد الاحتمالات للمجموعة K^n حيث كان K عدد الرموز الفردية للمصدر ويصير احتمال اى مجموعة مساويا لحاصل ضرب احتمالات رموزها ، و تكون انتروبيا المصدر الممتد nH حيث H انتروبيا المصدر الأصلى.

3.6 نظرية تشفير المصدر Source Coding Theorem

تمثل الرموز الخارجة من مصدر مقطع برموز ثنائية 1 و0 بحيث يمثل الرمز المتكرر كثيرا بشفرة قصيرة و الرمز النادر الحدوث بشفرة طويلة، ويجب أن يكون التشفير قابل للعكس أى يمكن استعادة الرموز الاصلية من الشفرة.



بفرض أن الرمز s_k الذى يحدد باحتمال p_k يمثل شفرة طولها l_k رمز ثنائى يكون متوسط طول الشفرة

$$\overline{L} = \sum_{k=0}^{K-1} p_k l_k$$

وتعرف كفاءة التشفير

$$\eta = L_{min} / \overline{L}$$

حيث L_{min} هو أصغر قيمة ممكنة لمتوسط طول الشفرة ولأن $L_{\min} \le \overline{L}$ تكون $\eta \le 1$.

1.3.6 نظرية شانون للتشفير

تنص على أن متوسط طول الشفرة يكون أكبر من أو يساوى الانتروبيا

$$\overline{L} \geq H$$

بمعنى أن $L_{min} = H$ لذلك تكون كفاءة التشفير

$$\eta = H / \overline{L}$$

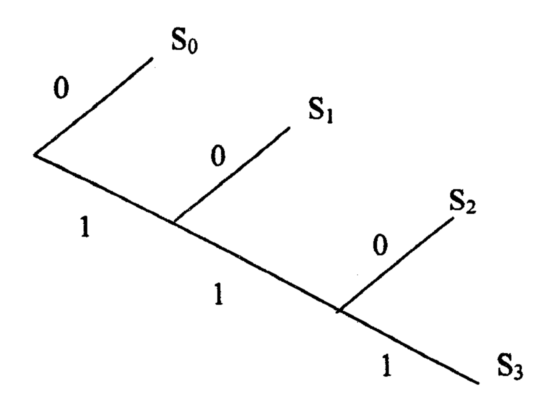
ضغط المعلومات: تحتوى المعلومات الطبيعية الخارجة من مصدر طبيعى على زيادات يمكن ازالتها قبل التراسل ، وبذلك تضغط المعلومات ويمكن ذلك باستخدام أنواع من التشفير كما يلى .

2.3.6 تشفير المقدمة Prefix Coding

تتميز هذه الشفرات بأن أى شفرة لايمكن أن تكون مقدمة لشفرة اخرى وبذلك يسهل فك الشفرة باستخدام شجرة القرارات وهى مخطط لكل الشفرات وتبدأ بحالة البداية وتنتهى بعدة نهايات تمثل الشفرات

<u>مثال 1</u> : اعتبر مصدرا يصدر أربعة رموز باحتمالات 0.125,0.125,0.125,0.5

الرمز	احتماله	شفرة المقدمة	طول الشفرة l
S_0	0.5	0	1
S_1	0.25	10	2
S_2	0.125	110	3
S_3	0.125	111	3



يبدأ فك الشفرة من الشمال فاذا كان الرمز 0 نختار الفرع الأعلى ويقرر S_0 واذا بدأت بـــ 1 يختار الفرع السفلى ثم نختارالفرع التالى وهكذا فمثلا عند وصول المتتابعة .... 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 نبدأ من الشمال ونصل الى S_1 فنقرر أن أول رمز S_1 ثم نجد S_3 ثم S_2 ثم S_0 ثم S_0 لذلك يكون حل الشفرة

$S_1\ S_3\ S_2\ S_0\ S_0$

لحساب الطول المتوسط للشفرة من الجدول السابق

$$\bar{L} = \sum_{i=0}^{3} p_i l_i$$

$$= 0.5 \times 1 + 0.25 \times 2 + 0.125 \times 3 + 0.125 \times 3 = 1.75$$

واذا حسبنا الانتروبيا نجد أنها

$$H(p) = \sum p_i \log(1/p_i)$$

$$= 0.5 \log 2 + 0.25 \log 4 + 0.125 \log 8 + 0.125 \log 8 = 1.75$$

نلاحظ أن $H(p) = \bar{L}$ أى أن كفاءة الشفرة تساوى واحد ، و هذا يحدث عندما تكون احتمالات الرموز قوى سالبة للعدد 2.

3.3.6 متباينة كرافت Kraft Inequality

عند عمل شفرة مقدمة من رموز {s_i} لها احتمالات {p_i} وأطوال الشفرة المناظرة {l_i} حيث $i = 1,2,...K-1$ فان هذه الأطوال تحقق المتباينة

$$\sum_{i=0}^{K-1} 2^{-l_i} \le 1$$

وذلك باستخدام رموز ثنائية 1,0 فى الشفرة .

عندما تكون الاحتمالات قوى سالبة للعدد 2، يمكن أن تكون أطوال الشفرة

$l_i = \log 1/p_i$

وبذلك تتحول متباينة كرافت الى معادلة $\sum_{i=0}^{K-1} 2^{-l_i} = \sum p_i = 1$

وفى هذه الحالة يكون $\bar{L} = \sum p_i \log 1/p_i = H$ وهذا ما لاحظناه فى المثال السابق.

نظرية: الطول المتوسط $\bar{L}$ لشفرة مقدمة يكون أكبر من أو يساوى الانتروبيا ،

ويوجد شفرة مقدمة (من رموز ثنائية) تحقق $\bar{L} \le H(p) + 1$

نظرية: شفرة المقدمة الثنائية التى تستخدم أقصر طول متوسط تحقق

(1) اذا كان $p_i > p_j$ فان $l_i \le l_j$.

(2) أطول شفرتين فى المجموعة لهما نفس الطول للرمزين الذين لهما أقل احتمالين.

(3) اذا كان هناك شفرتان أو أكثر لهما نفس الطول ، سيتفق اثنان منهم فى جميع الأماكن ماعدا الاخير.

مثال 2: كون شفرة المقدمة لمصدر يخرج ثمانية رموز بالاحتمالات التالية

$p_0 = p_1 = p_2 = p_3 = 1/32,\ p_4 = p_5 = 1/16, p_6 = 1/4, p_7 = 1/2$

الحل: سنكتب الاحتمالات كما بالجدول ونعطى كل رمز طول شفرة حسب النظرية السابقة وتكتب الشفرات لتحقق الشروط السابقة

الرمزالثمانى	الاحتمال	الشفرة	الطول
0	2^{-5}	00000	5
1	2^{-5}	00001	5
2	2^{-5}	00010	5
3	2^{-5}	00011	5
4	2^{-4}	0010	4
5	2^{-4}	0011	4
6	2^{-2}	01	2
7	2^{-1}	1	1

نظرية: افترض أن الرمزين الأ قل احتمالا قد دمجا في رمز ا صطناعي واحد و كان $\wp'$ هو أفضل تشفير لذلك المصدر ، للحصول على أفضل تشفير للمصدر الأصلى $\wp$ أضف للرمز الاصطناعى المدمج 1,0 للحصول على شفرتى الرمزين الأقل احتمالا.

سوف نستخدم هذه النظرية فى تنفيذ شفرة هافمان

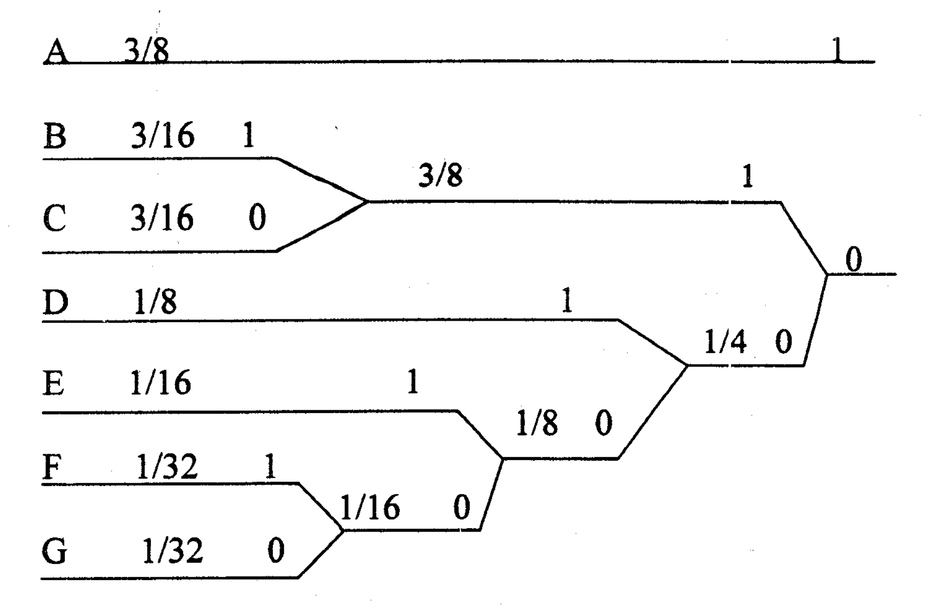
4.3.6 تشفير هافمان Huffman Coding

استخدم الخطوات التالية لتحويل الرموز الى شفرات ثنائية

1. ترتب الرموز حسب احتمالاتها تنازليا بدءا بأكبر احتمال ، ثم يعطى الرمزين الأقل احتمالا 1,0 وهذا يسمى مرحلة الفصل.
2. يعتبر هذان الرمزان مدمجين فى رمز واحد له احتمال يساوى مجموع احتماليهما الأصليين ، وبذلك يقل عدد رموز المجموعة بواحد ، وتدون احتمالات المجموعة الجديدة.
3. تكرر العملية حتى تنتهى برمزين يعطى أحدهما 1 والآخر 0 .

مثال 3: اعتبر مصدرا يصدر الرموز A,B,C,D,E,F,G بالاحتمالات الآتية على الترتيب

3/8, 3/16, 3/16, 1/8, 1/16, 1/32, 1/32



تكتب الشفرة بترتيب عكسى كما يبين الجدول التالى

الطول	الشفرة	الاحتمال	الرمز
1	1	3/8	A
3	011	3/16	B
3	010	3/16	C
3	001	1/8	D
4	0001	1/16	E
5	00001	1/32	F
5	00000	1/32	G

يحسب الطول المتوسط للشفرة والانتروبيا كما يلى

$\bar{L} = 1\times3/8 + 3\times(3/16+3/16+1/8) + 4\times1/16 + 5\times(1/32+1/32) = 2.44$

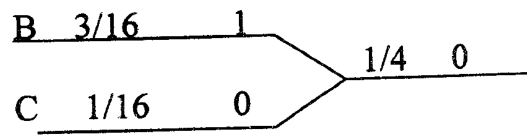
$$H(l) = \frac{3}{8} log \frac{8}{3} + \frac{3}{16} log \frac{16}{3} + ... = 2.37$$

يلاحظ أن الطول المتوسط للشفرة قريب من الانتروبيا.

يمكن تحسين شفرة هافمان بتشفير مجموعات من الرموز بدلا من تشفير الرموز الفردية. يوضح ذلك المثال التالى.

مثال 4: يصدر مصدر رموز الرموز الثلاثة A, B, C بالاحتمالات الآتية على الترتيب 3/4, 3/16, 1/16 .

أولا شفرة هافمان للرموز الفردية



A = 1
B = 01
C = 00

الطول المتوسط للشفرة

$\bar{L} = 3/4\times1 + 2\times(3/16+3/16) = 1.25$

الانتروبيا

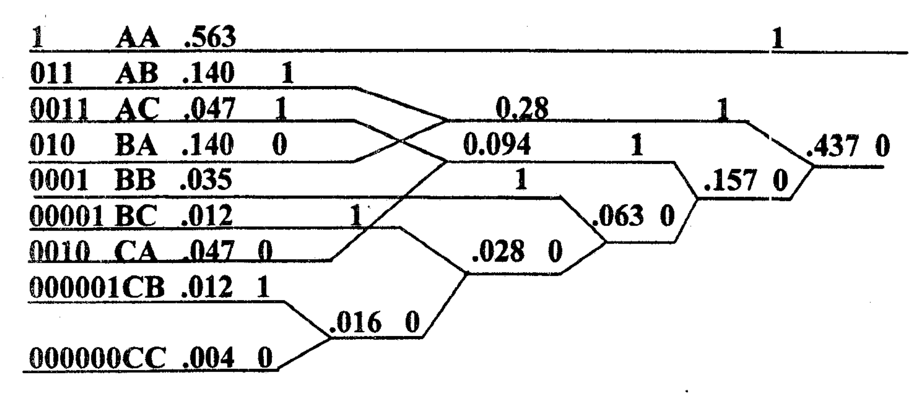
$H(p) = 3/4log4/3 + 3/16log16/3 + 1/16log16 = 1.012$

يلاحظ ان الطول المتوسط للشفرة يزيد بحوالى ٢٠% عن الانتروبيا.

ثانيا: شفرة هافمان لمجموعات من رمزين كما يلى

الشفرة

الناتجة



الطول المتوسط للشفرة لرمزين

$$\bar{L}_2 = 1\times.563 + 3\times.14 + \dots = 2.07$$

الطول المتوسط للشفرة للرمز

$$\bar{L} = 2.07/2 = 1.035$$

الانتروبيا لم تتغير ولكن يمكن حسابها أيضا كما يلى

$$H(p) = 1/2[.563\log 1/.563 + .14\log 1/.14 + \dots] = 1.012$$

من ذلك يتضح التحسين حيث قل الطول المتوسط و اقترب من الأنتروبيا.

4.6 القناة المقطعة عديمة الذاكرة Discrete Memoryless Channel

هى نموذج احصائى له دخل X و خرج Y ، و فى خلال كل فترة زمنية يدخل رمز من مجموعة الرموز X و يخرج رمز من مجموعة الرموز Y و تسمى القناة مقطعة عنما يكون عدد الرموز فى X وفىY محدودا، وتسمى عديمة الذاكرة عندما

يعتمد الخرج فى لحظة معينة على الدخل الحالى فقط وليس على ماسبقه. توصف القناة بمجموعة رموز الدخل $X = \{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{J-1}\}$

و مجموعة رموز الخرج $Y = \{y_0, y_1, y_2, \ldots, y_{K-1}\}$

ومجموعة احتمالات الانتقال $p(y_k|x_j) = \text{Prob}(Y=y_k|X=x_j)$

لكل قيم j,k وبالطبع $0 \le p(y_k|x_j) \le 1$ لكل قيم j,k.

وليس شرطا أن يتساوى عدد رموز مجموعة الدخل J و عدد رموز مجموعة الخرج K ، ويمكن تمثيل القناة بمصفوفة الاحتمالات و تسمى مصفوفة القناة.

$$P = \begin{bmatrix} p(y_0|x_0) & p(y_1|x_0) & \ldots & p(y_{K-1}|x_0) \\ p(y_0|x_1) & p(y_1|x_1) & & p(y_{K-1}|x_1) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ p(y_0|x_{J-1}) & p(y_1|x_{J-1}) & \ldots & p(y_{K-1}|x_{J-1}) \end{bmatrix}$$

ويلاحظ أن عناصر الصف الواحد تعطى احتمالات الخرج لدخل معين لذلك يكون مجموعها الواحد الصحيح.

بفرض أن رموز الدخل تحدث أصلا باحتمالات معروفة

$p(x_j) = \text{Prob}[X=x_j]$ تكون احتمالات الارتباط joint probabailities للخرج و الدخل

$$p(x_j, y_k) = p(y_k|x_j)p(x_j)$$

وتكون احتمالات الخرج

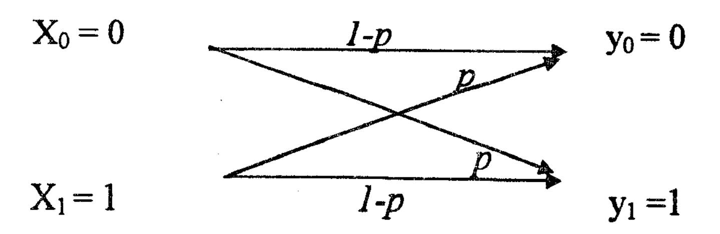
$$p(y_k) = \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j, y_k) = \sum_{j=0}^{J-1} p(y_k|x_j)p(x_j)$$

تسمى $p(x_j)$ بالاحتمالات القبلية a priori probabilities

1.4.6 القناة الثنائية المتماثلة Binary Symmetric Channel

هى حالة خاصة من القناة المقطعة العديمة الذاكرة عندما يكون عدد رموز الدخل اثنين و عدد رموز الخرج اثنين أى أن $J = K = 2$

و تمثل بالرسم التالى و تعرف باحتمال اختلاف الخرج عن الدخل p



2.4.6 المعلومات المتبادلة Mutual Information

اذ اعتبرنا أن خرج القناة Y هو الدخل X المشوه بضوضاء (noisy input) و أن الانتروبيا $H(X)$ هى مقياس عدم التأكد للدخل X ، كيف نقيس عدم التأكد للدخل X بعد ملاحظة الخرج Y . سوف نعرف أولا الانتروبيا المشروطة (conditional entropy) للدخل X علما بأن الخرج قيمة معينة y_k

$$H(X \mid Y = y_k) = \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j \mid y_k) \log \frac{1}{p(x_j \mid y_k)}$$

وهى متغير عشوائى متوسطه

$$H(X \mid Y) = \sum_{k=0}^{K-1} H(X \mid Y = y_k) p(y_k)$$

$$= \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j \mid y_k) p(y_k) \log \frac{1}{p(x_j \mid y_k)}$$

$$= \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j, y_k) \log \frac{1}{p(x_j \mid y_k)}$$

الانتروبيا المشروطة $H(X|Y)$ تمثل مقدار عدم التأكد من الدخل بعد معرفة الخرج، لذلك تعرف المعلومات المتبادلة للقناة

$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y)$$

و لها الخواص التالية

أولا التماثل $I(X;Y) = I(Y;X)$

ثانيا كمية غير سالبة $I(X;Y) \geq 0$

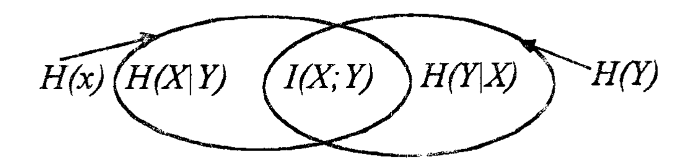
ثالثا لها العلاقة التالية بالانتروبيا المشتركة لدخل و خرج القناة

$$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$

حيث تعرف الانتروبيا المشتركة

$$H(X,Y) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j, y_k) \log \frac{1}{p(x_j, y_k)}$$

$$= H(X) + H(Y|X) = H(Y) + H(X|Y)$$



3.4.6 نظرية سعة المعلومات Information Capacity Theorem

تعرف سعة المعلومات لقناة بأنها أقصى معلومات متبادلة بين الدخل و الخرج لكل التوزيعات الاحصائية الممكنة للدخل أى

$$C = \max_{p(x)} [I(X;Y)] \text{ , } E\{X^2\} = P$$

وتنص النظرية على أن السعة لقناة مستمرة نطاق ترددها B هرتز و مشوهة باضافة ضوضاء جاوسية بيضاء الكثافة الطيفية لقدرتها $N_0/2$ و نطاق ترددها B تعطى بـــــ

$$C = B\log(1+\frac{P}{N_0B})$$

حيث P القدرة المتوسطة للاشارة الداخلةللقناة.

ويمكن نقل المعلومات على هذه القناة بمعدل C رمز ثنائى فى الثانية أو أقل باحتمال خطأ صغير جدا باستخدام نظم تشفير معقدة.

عند استخدام معدل نقل C يكون $P = E_bC$ حيث E_b الطاقة للرمز الثنائى ، لذا

$$\frac{C}{B} = log_2\left(1+\frac{E_b}{N_0}\frac{C}{B}\right)$$

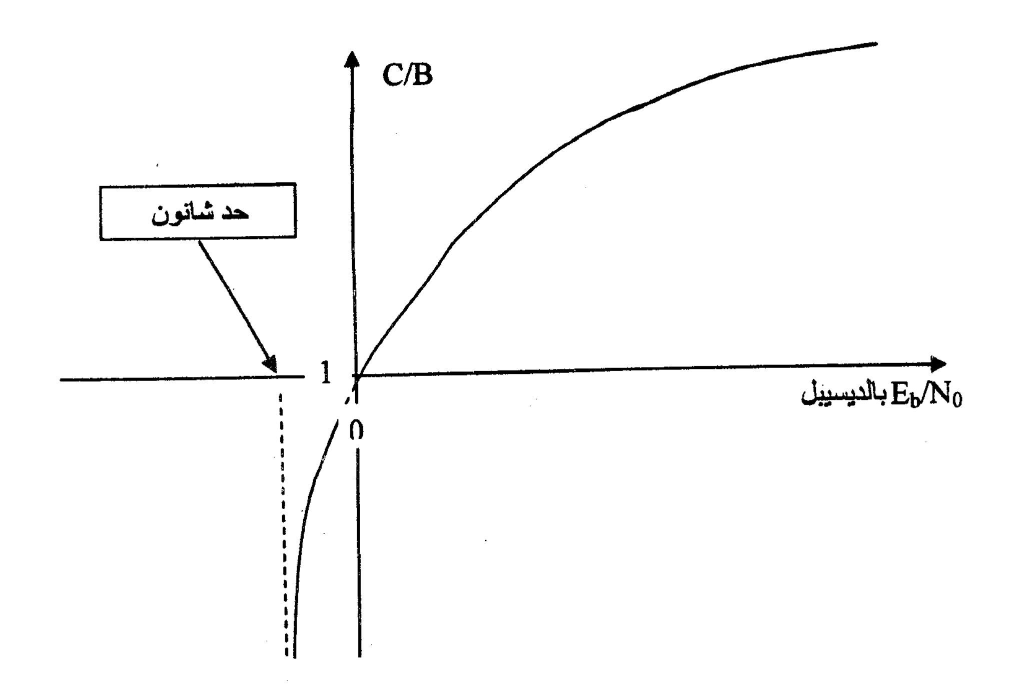
و منها نستنتج أن

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{C/B}-1}{C/B}$$

برسم العلاقة بين C/B و النسبة E_b/N_0 نحصل على المنحنى التالى الذى يقسم المستوى الى منطقتين : المنطقة أسفل ويمين المنحنى حيث R<C وفيها يمكن نقل الاشارة بدون أخطاء ، و المنطقة أعلى و يسار المنحنى حيث R>C وفيها يستحيل نقل الاشارة بدون أخطاء . عندما يكون نطاق التردد لانهائيا ،

$$lim_{B\to\infty}\frac{E_b}{N_0} = lim_{B\to\infty}\left(\frac{2^{C/B}-1}{C/B}\right) = log\,2 = 0.693$$

و تسمى هذه القيمة بحد شانون Shannon limit .



5.6 مصدر ماركوف Markov Source

يعتمد الرمز الخارج فى لحظة معينة على الرموز السابقة من خلال الرمز السابق مباشرة ، أى أن احتمال أن الرمز الحالى x_0 يساوى a_j بعد علم الرموز السابقة $x_{-1}, x_{-2}, \ldots$ هو نفس الاحتمال بمعلومية x_{-1} فقط

$$Prob[x_0=a_j|x_{-1}, x_{-2}, \ldots] = Prob[x_0=a_j|x_{-1}]$$

لذلك يمكن وصف المصدر بمصفوفة احتمالات الانتقالات و التى يعرف عنصرها فى الصف j و العمود i بـ $p_{j|i} = Prob[x_0 = a_j|x_{-1} = a_i]$

ويسمى هذا المصدر بمصدر ماركوف من الرتبة الأولى.

فمثلا فى كلمات اللغة الانكليزية غالبا ما يأتى الحرف u بعد الحرف q أى أن الاحتمال $Prob[x_0 = u|x_{-1} = q]$ يكون كبيرا.

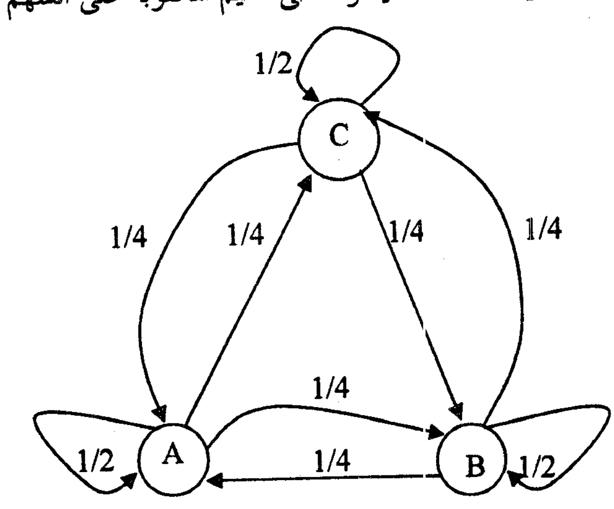
أما فى مصدر ماركوف من الرتبة m فيعتمد الرمز الحالى على m رمز سابق مباشرة

$$Prob[x_0=a_j|x_{-1}, x_{-2}, \ldots] = Prob[x_0=a_j|x_{-1}\ x_{-2}, \ldots, x_{-m}]$$

فى حالة مصدر ماركوف من الرتبة الأولى يمكن تمثيله بمخطط الحالة state diagram

مثال 5: يولد مصدر ماركوف أحد ثلاثة رموز هى A,B,C بحيث أن احتمال توليد رمز معين يعتمد على هذا الرمز و على الرمز السابق مباشرة.

يوجد ثلاث حالات هى A, B, C تمثل بثلاث دوائر وترمز الأسهم الى الانتقال فى اللحظة الحالية و تعطى القيم المكتوبة على السهم احتمال الانتقال.



مخطط الحالة

مصفوفة احتمالات الانـــتـــقالات

$$P_{i|j} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

للمصدر السابق أوجد احتمال توليد المتتابعة AC .

سوف نسمى الحالات الثلاثة C, B, A بالأرقام 3, 2, 1 على الترتيب و نرسم مخطط الشجرة فى الصفحة التالية.

من هذا الرسم تتولد المتتابعة AC اذا مر الرمز بأحد الحالات المتتابعة الآتية $s_1=1, s_2=1, s_3=3$ أو $s_1=2, s_2=1, s_3=3$ أو $s_1=3, s_2=1, s_3=3$.
لذلك

$$P[AC] = P[s_1=1, s_2=1, s_3=3] + P[s_1=2, s_2=1, s_3=3] + P[s_1=3, s_2=1, s_3=3]$$

يمكن تحليل الحد الأول كما يلى

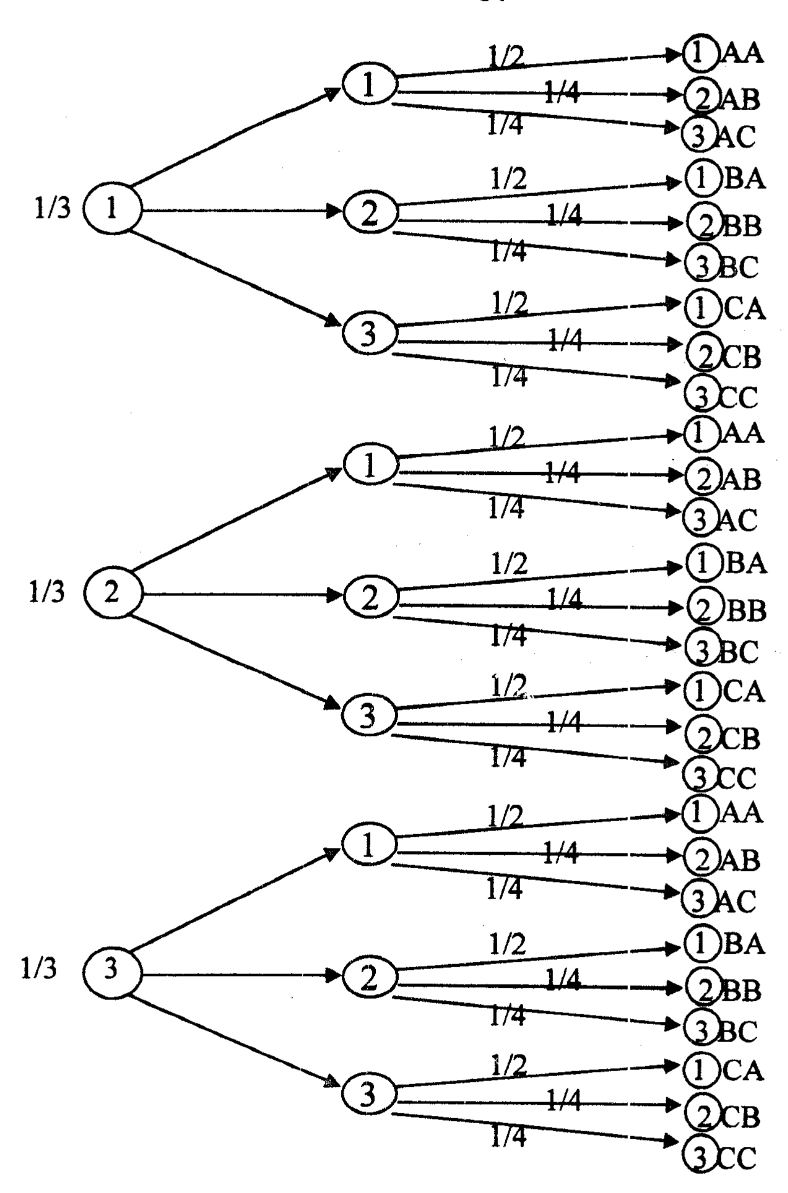
$$P[s_1=1]\ P[s_2=1|s_1=1]\ P[s_3=3|s_1=1,s_2=1] = P[s_1=1]\ P[s_2=1|s_1=1]\ P[s_3=3|s_1=1] = 1/3\times1/2\times1/4$$

حيث يتم التعويض من مخطط الشجرة وبالمثل يمكن حساب الحدين التانى والثالث وبذلك

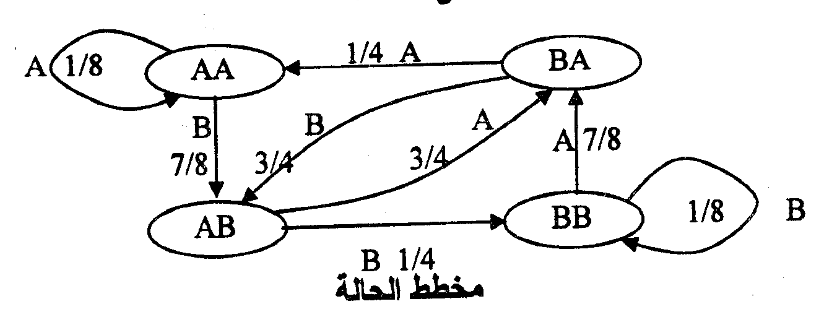
$$P[AC] = 1/3\times1/2\times1/4 + 1/3\times1/4\times1/4 + 1/3\times1/4\times1/4 = 1/12$$

وبالمثل يمكن حساب احتمال أى متتابعة من الرموز.

مخطط الشجرة



مثال 6: يولد مصدر ماركوف ثنائى أحد الرمزين A أو B بحيث يعتمد حدوث الرمز عليه وعلى الرمزين السابقين مباشرة (ماركوف من الرتبة الثانية). سوف يمثل مخطط الحالة الحالات السابقة الممكنة وهى BB, BA, AB, AA
بدوائر. أى أن الحالة هى رمزين متتاليين وتمثل الأسهم الانتقالات الممكنة وتكتب عليها احتمالاتها والرمز الصادر عند كل احتمال.



مخطط الحالة

فى حالة عدم اعتماد احتمالات الانتقال على الزمن يكون مصدر ماركوف مستقرا Stationary وفى حالة تطابق المتوسط الاحصائى للمتوسط الزمنى يعرف بأنه ارجى (ergodic)

1.5.6 الانتروبيا لمصدر ماركوف Entropy of MS

فى حالة المصدر الارجى المستقر تعرف الانتروبيا بأنها المتوسط الموزون weighted average لانتروبيا الرموز الصادرة من كل حالة حيث يرمز لانتروبيا الحالة i بـــ H_i وهى متوسط كمية المعلومات للرموز الصادرة من الحالة i وتعطى بـــ

$$H_i = -\sum_{j=1}^{n} p_{ij} \log p_{ij}$$

$$H = \sum_{i=1}^{n} p_i H_i = -\sum_{i=1}^{n} p_i \sum_{j=1}^{n} p_{ij} \log p_{ij}$$

حيث p_i هى احتمال وجود المصدر فى الحالة i .

ويعرف المعدل المتوسط للمعلومات R بحاصل ضرب الانتروبيا فى معدل الرموز

$$R = r_s H$$

يلاحظ أن H هى متوسط المعلومات للرمز ، و r_s عدد الرموز الصادرة فى وحدة الزمن وهو نفس عدد الانتقالات التى تحدث فى وحدة الزمن.

اذا كان احتمال حدوث متتابعة m_i تتكون من N رمز هو $p[m_i]$ تعرف الدالة G_N

$$G_N = -\frac{1}{N} \sum p[m_i] \log p[m_i]$$

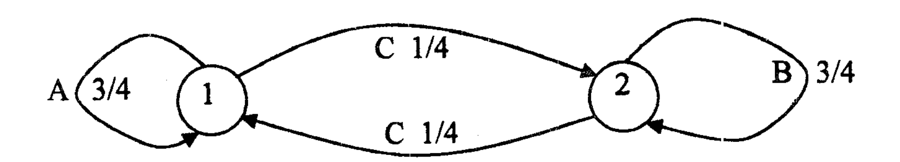
نظرية: (بدون اثبات لكن المثال التالى سيوضحها)

اولا G_N تقترب من الانتروبيا H بزيادة N

$$\lim_{N \to \infty} G_N = H$$

ثانيا الدالة G_N دالة تناقصية من N

مثال 7: احسب $G3, G2, G1$ للمصدر الممثل بمخطط الحالة التالى والذى يصدر احد الرموز الثلاثة A أو B أو C



ارسم مخطط الشجرة.

الحل : نحسب الانتروبيا H_2, H_1 للحالتين 2,1 على الترتيب من مخطط الحالة

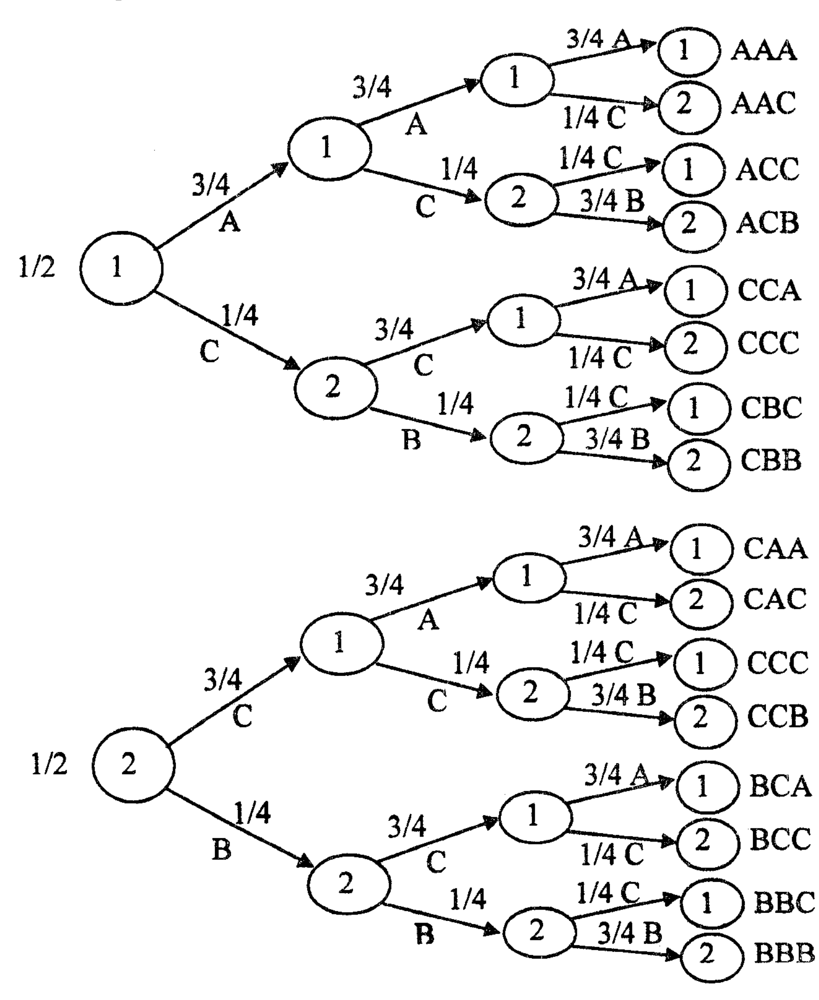
$H_1 = 1/4 \log 4 + 3/4 \log 4/3 = .8113$
$H_2 = 1/4 \log 4 + 3/4 \log 4/3 = .8113$

ثم نحسب الانتروبيا للمصدر

$H = 1/2\, H_1 + 1/2\, H_2 = .8113$ bit/symbol

لحساب G_1 نلاحظ من مخطط الحالة ان احتمالات صدور الرموز الثلاثة C,B, A هى 3/8, 3/8, 1/4 على الترتيب

$\therefore G_1 = 3/8 \log 8/3 + 3/8 \log 8/3 + 1/4 \log 4 = 1.5612$



ولحساب G_2 نحسب احتمالات حدوث المتتابعات المكونة من رمزين بالاستعانة بمخطط الشجرة فى الصفحة السابقة.

$$P(AA) = 1/2 \times 3/4 = 9/32$$
$$P(AC) = 1/2\times3/4\times1/4 = 3/32$$
$$P(CB) = 1/2\times1/4\times3/4 = 3/32$$
$$P(CC) = 1/2\times1/4\times1/4 + 1/2\times1/4\times1/4 = 1/16$$
$$P(BB) = 1/2\times3/4\times3/4 = 9/32$$
$$P(BC) = 1/2\times3/4\times1/4 = 3/32$$
$$P(CA) = 1/2\times1/4\times3/4 = 3/32$$

يلاحظ أن

$$P(AA) = P(BB) = 9/32,$$
$$P(CA) = P(AC) = P(CB) = P(BC) = 3/32$$

لذلك

$$G2=1/2[2\times9/32 \log 32/9 + 4\times3/32 \log 32/4 + 1/16 \log 16] =1.2799$$

وبالمثل لحساب G_3 نحسب احتمالات المتتابعات المكونة من ثلاثة رموز من أعلى فرع فى الشجرة

$$P(AAA) = 1/2\times3/4\times3/4\times3/4 = 27/128$$

وبالمثل لباقى المتتابعات نجد أن

$$P(AAC) = 9/128,\ P(ACC) = 3/128$$
$$P(ACB) = 9/128,\ P(BBB) = 27/128$$
$$P(BBC) = 9/128,\ P(BCC) = 3/128$$
$$P(BCA) = 9/128,\ P(CCA) = 3/128$$
$$P(CCB) = 3/128,\ P(CCC) = 2/128$$
$$P(CBC) = 3/128,\ P(CAC) = 3/128$$
$$P(CBB) = 9/128,\ P(CAA) = 9/128$$
$$G_3 = 1/3[27/128 \log 128/27 + 9/128 \log 128/9 + \ldots] = 1.097$$

مما سبق يلاحظ تناقص الدالة G_N بزيادة N حتى تصل فى النهاية الى H

$$H = \lim_{N\to\infty} G_N = 0.8113,\ G_1 \geq G_2 \leq G_3 \geq H$$

2.5.6 تشفير خرج مصادر ماركوف

اذا شفرت كل مجموعة من الرموز الى شفرة رموز ثنائية متغيرة الطول l_N سيكون متوسط طول الشفرة $\overline{l_N}$ أكبر من G_N و بزيادة عدد الرموز فى المجموعة N تقترب $\overline{l_N}$ من G_N و تقترب G_N من H ، وبذلك يقترب معدل الرموز الثنائية من المعدل المتوسط للمعلومات R ، و تعرف كفاءة التشفير η بالنسبة بين المعدل المتوسط للمعلومات R الى معدل الرموز الثنائية لخرج المشفر.

خوارزم شانون للتشفير Shannon's Encoding Algorithm

بفرض أن الدخل للمشفر يتكون من احدى q رسالة ممكنة ، وتتكون كل رسالة من N رمز ، ستشفر الرسالة m_i الى شفرة ثنائية c_i طولها l_i رمز ثنائى بحيث أن الطول المتوسط $\overline{l_N}$ يكون أقرب ما يمكن الى G_N .

الحل الذى اقترحه شانون يتلخص فى الخطوات التالية. افرض أن احتمالات الرسائل هى $p_1, p_2, \ldots, p_q$

$$\overline{l_N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{q} l_i p_i$$

$$G_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{q} p_i \log\frac{1}{p_i}$$

أولا: رتب الرسائل ترتيبا تنازليا فى احتمالتها بحيث ان

$$p_1 \geq p_2 \geq \ldots\ldots \geq p_q$$

وعرف $F_1 = 0$ و $F_i = \sum_{k=1}^{i-1} p_k$

ثم أوجد الرقم الصحيح l_i الذى يحقق العلاقة

$$\log 1/p_i \leq l_i \leq 1+\log 1/p_i \qquad (1.6)$$

ثانيا: تكون الشفرة c_i الممثلة للرسالة m_i هى المفكوك الثنائى للكسر F_i حتى l_i رمز ثنائى. يلاحظ أن تعريف الكسر الثنائى

$$.b_1b_2b_3....b_k = \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2^2} + \frac{b_3}{2^3} + ... + \frac{b_k}{2^k}$$ حيث $b_i = 0$ أو 1

يتميز هذا التشفير بالخواص التالية:

1. تمثل الرسائل عالية الاحتمال بشفرات قصيرة بينما تمثل الرسائل صـــغيرة الاحتمال بشفرات طويلة.
2. تختلف شفرة الرسالة m_i عن كل الشفرات السابقة فى مكان أو أكثر.
3. متوسط عدد الأرقام الثنائية فى كل رمز محدود بالعلاقة

$$G_N \leq \overline{l_N} \leq G_N + 1/N$$

لاثبات ذلك نضرب المتباينة (1.6) فى p_i ثم نجمع من i=1 الى q لذا

$$\sum_{i=1}^{q} p_i \log \frac{1}{p_i} \leq \sum_{i=1}^{q} p_i l_i \leq 1 + \sum_{i=1}^{q} p_i \log \frac{1}{p_i}$$

وبقسمة المتباينة الأخيرة على N يثبت المطلوب ويلاحظ أن الطول المتوسط للشفرة يقترب من H عندما تقترب N من مالانهاية.

وتعرف النسبة بين الانتروبيا H الى الطول المتوسط $\overline{l_N}$ بكفاءة المعدل rate efficiency

مثال 8: صمم شفرة شانون للمصدر المعرف فى المثال السابق للحالة N = 3.

عدد الرسائل المكونة من ثلاث رموز خمس عشرة.

الرسالة $AAA = m_1$ احتمالها 27/128 لذا

$$\log 128/27 \leq l_1 \leq 1 + \log 128/27$$
$$2.245 \leq l_1 \leq 3.245$$

لذلك $l_1 = 3$ وتولد الشفرة c_1 من فك $F_1 = 0 = (.0000)_2$ ، لذا $c_1 = 000$

كذلك الرسالة الثانية m_2 = BBB لها نفس الاحتمال 27/128 لذا يكون طول شفرتها $l_2 = 3$ وتولد الشفرة c_2 من فك $F_2 = 27/128 = (.0011011)_2$ ، لذا $c_2 = 001$ وهكذا لباقي الشفرات كما يوضحها الجدول التالي

m_i	p_i	l_i	F_i	الثنائي F_i	c_i
AAA	27/128	3	0	.0000	000
BBB	27/128	3	27/128	.0011011	001
CAA	9/128	4	54/128	.0110110	0110
CBB	9/128	4	63/128	.01111111	0111
BCA	9/128	4	72/128	.1001000	1001
BBC	9/128	4	81/128	.1010000	1010
AAC	9/128	4	90/128	.1011010	1011
ACB	9/128	4	99/128	.1100011	1100
CBC	3/128	6	108/128	.1101100	110110
CAC	3/128	6	111/128	.1101111	110111
CCB	3/128	6	114/128	.1110010	111001
CCA	3/128	6	117/128	.1110101	111010
BCC	3/128	6	120/128	.1111000	111100
ACC	3/128	6	123/128	.1111011	111101
CCC	2/128	6	126/128	.1111110	111111

$\Sigma p_i l_i = 3.89, H = .8113$ ، لذلك الطول المتوسط للشفرة = 1.3 رقم ثنائي لكل رمز ، وتكون كفاءة المعدل 62%.

يمكن تكرار ماسبق للحالتين N = 1, N = 2 ، وفيما يلي النتائج.

للحالة N = 1

m_i	p_i	l_i	c_i
A	3/8	2	00
B	3/8	2	01
C	1/4	2	11

ويكون الطول المتوسط للشفرة = 2 رقم ثنائى لكل رمز ، وتكون كفاءة المعدل .40%

للحالة N =2

m_i	p_i	l_i	F_i	C_i
AA	9/32	2	0	00
BB	9/32	2	9/32	01
AC	3/32	4	18/32	1001
CB	3/32	4	21/32	1010
BC	3/32	4	24/32	1100
CA	3/32	4	27/32	1101
CC	2/32	4	30/32	1111

ويكون الطول المتوسط للشفرة = 1.44 رقم ثنائى لكل رمز ، وتكون كفاءة المعدل 56%.

مشاكل استخدام الشفرة المتغيرة الطول:

أولا : تؤدى الأخطاء البسيطة الناتجة أثناء نقل الاشارة الى أخطاء جسيمة بعد فك التشفير. للتغلب على هذه المشكلة يمكن استخدام الشفرات ثابتة الطول. فمثلا فى المثال السابق للحالة N =3 يمكن تشفير الرسائل الخمسة عشر باستخدام شفرة طولها أربعة أرقام ثنائية وهذه تعطى 1.33 رقم ثنائى لكل رمز. وتتميز الشفرة ثابتة الطول ببساطة التشفير و فكه.

ثانيا: يتغير معدل البيانات بشدة اذا قيس على فترات زمنية صغيرة.

ثالثا: يزداد زمن فك التشفير بزيادة عدد الرموز فى الرسالة N.

الباب السابع: شفرات التحكم فى الأخطاء
Error Control Codes

يمكن تحسين معدل الخطأ عند نقل الاشارات باستخدام شفرات التحكم فى الأخطاء التى تنقسم الى نوعين

1. شفرات تصحيح الخطأ الأمامية forward error correcting codes ولاتحتاج الى قناة اتصال عكسية حيث يصحح الخطأ فى جهاز الاستقبال ، ومن أهم أنواعها شفرات المجموعات block codes و الشفرات التشابكية convolution codes والشفرات الدورية cyclic codes وحديثا الشفرات التوربينية turbo codes.
2. شفرات اكتشاف الأخطاء error detecting codes حيث يمكن اكتشاف وجود أخطاء لكن لايمكن تصحيحها فى جهاز الاستقبال ، لذلك تحتاج الى قناة اتصال عكسية لابلاغ المرسل بوجود أخطاء وطلب ارسال الرسالة مرة أخرى.

ويستخدم أحد النوعين أو كلاهما فى نظم الاتصالات الرقمية ، وبعض الشفرات تصحح عددا من الأخطاء وتكتشف عددا أكبر من الأخطاء كما سنرى فيما بعد. ونعرض فيما يلى أمثلة لأنواع هذه الشفرات.

1.7 شفرات التكافؤ Parity codes

تعتبر من أهم و أكثر الطرق استعمالا فى اكتشاف الأخطاء فى التراسل الغير متزامن asynchronous transmission وكذلك فى التراسل المتزامن للحروف الخاصة character oriented synchronous transmission حيث يستخدم رمز تكافؤ parity bit وفيه يتم اضافة رمز التكافؤ الى الرموز الثنائية الممثلة لحرف خاص character قبل التراسل ، ولحساب رمز التكافؤ يحصى عدد الآحاد فىالرموز الممثلة للرمز فاذا كان عددهم فرديا يكون رمز التكافؤ 0 فى التكافؤ الفردى و 1 فى

التكافؤ الزوجى ، وبعد استقبال الحرف يحصى عدد الآحاد فيه لاكتشاف وجود خطأ واحد فيه ، فاذا كان التكافؤ فرديا وعدد الآحاد زوجيا (أو التكافؤ زوجيا وعدد الآحاد فرديا) يقرر جهاز الاستقبال وجود خطأ تم اكتشافه فى الحرف.
فمثلا فى الشفرة الأمريكية القياسية لتبادل المعلومات ASCII يستخدم سبعة رموز ثنائية لتمثيل الحرف بلاضافة الى رمز التكافؤ ليصير العدد الكلى للرموز ثمانية.
يلاحظ أن هذه الشفرة لاتكتشف الأخطاء فى الحرف اذا كان عددها زوجيا كما أنها لايمكنها تصحيح الأخطاء المكتشفة.

2.7 شفرات التكرار Repetition Codes

تعتبر من أبسط أنواع الشفرات حيث يكرر كل رمز عدد فردى من المرات M وفى جهاز الاستقبال يقرر الرمز باختبار الرموز المكررة و اتخاذ قرار حسب الأغلبية.

مثال 1: بتكرار الرمز ثلاث مرات تشفر المتتابعة الثنائية 0 0 1 0 1 الى 111 000 111 000 000 ، وبعد نقلها تكون الشفرة الواصلة الى جهاز الاستقبال 111 011 111 001 100 بفرض حدوث أخطاء فى الرموز التى تحتها خط، بناء على الغالبية من الرموز الثلاثة تكون المتتابعة بعد فك التشفير 0 0 1 1 1 حيث صحح الخطأ الواحد من كل ثلاث رموز بينما لا يمكن تصحيح أخطاء أكثر من ذلك ، أى يكون احتمال الخطأ النهائى P_e هو احتمال حدوث الخطأ فى اثنين أو أكثر من الثلاثة رموز المكررة .

$$P_e = 3p^2(1-p) + p^3 = 3p^2 - 2p^3$$

حيث p هو احتمال الخطأ فى أى رمز ، وعادة تكون $P_e << p$ عندما تكون p أصلا صغيرة ، لذا $P_e \approx 3p^2$

عيب هذا النوع من التشفير أنه يعطى **معدل** تشفير منخفض للحصول على تحسين معقول (معدل التشفير $1/M=$ حيث يكرر كل رمز M مرة)

اذا كانت $M=2m+1$ حيث m عدد صحيح ، يمكن اثبات أن

$$P_e \approx \binom{2m+1}{m+1} p^{m+1}$$

لذلك يمكن تقليل احتمال الخطأ الى أى قيمة اختيارية بزيادة M .

3.7 شفرات المجموعات Block codes

يقسم سيل الرموز الثنائية الى مجموعات متساوية الطول ، وتسمى كل مجموعة رسالة ، ثم تشفر كل رسالة مكونة من k رمز ثنائى باضافة رموز عددها n-k مشتقة من رموز الرسالة لتعطى كلمة مشفرة code word مكونة من n رمز ثنائى.

أى أن الرسالة $D = [d_1\, d_2 \,.....d_k]$ تشفر الى $C = [c_1\, c_2 \,.....c_n]$

تسمى الشفرة بشفرة مجموعة (n,k) و تسمى النسبة k/n بمعدل التشفير. حيث أن الرسالة الواحدة تتكون من k رمز ثنائي ، يكون عدد الرسائل الممكنة 2^k وهو نفس عدد الكلمات المشفرة الممكنة.

تكون **الشفرة خطية** linear code اذا كانت كل كلمة مشفرة يمكن تكوينها من التركيب الخطى لكلمات أخرى فمثلا

$$C_1 = a_2C_2 + a_3C_3 + ...$$

الشفرة المنظمة systematic code تظهر فيها الرسالة كجزء مميز من الكلمة المشفرة (الجزء الأول أو الجزء الأخير) . لذلك تكون الرموز الأولى من 1 الى k فى الكلمة المشفرة هى نفس الرموز الرسالة الأصلية

$c_i = d_i$ لقيم i من 1 الى k

تسمى باقى الرموز الزائدة التى عددها n-k برموز الاختبار check bits وتحسب من $c_i = p_{1i}d_1 + p_{2i}d_2 + ... + p_{ki}d_k$ لقيم i من 1 الى n- k

حيث أن المعاملات p_{ij} تأخذ قيما ثنائية 0 أو 1 وعمليات الجمع ثنائية.

لذلك يمكن حساب الكلمة المشفرة بضرب الرسالة فى مصفوفة G أى أن $C=DG$

و تتركب المصفوفة G من جزئين $G = [I_k P]$ حيث I_k هى المصفوفة الذاتية identity matrix من الرتبة k ، وP هى مصفوفة المعاملات وتسمى مصفوفة التكافؤ Parity matrix و أبعادها k×n-k وتصمم لتعطى الخواص المطلوبة.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1,n-k} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2,n-k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{k,1} & p_{k,2} & \cdots & p_{k,n-k} \end{bmatrix}$$

وتسمى المصفوفة G بمصفوفة التوليد generator matrix و أبعادها k×n

مثال 2: مصفوفة التوليد لشفرة مجموعات (6,3) تعطى بـــ

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

احسب جميع الكلمات المشفرة ووزن كل منها (الوزن هو عدد الآحاد)

الحل يلاحظ أن k=3 و أن n=6 ويوجد ثمان رسائل ممكنة تعطى ثمان رسائل مشفرة حسب الجدول الآتى

الرسالة D	الكلمة المشفرة C	الوزن
000	000000	0
001	001110	3
010	010101	3
011	011011	4
100	100011	3
101	101101	4
110	110110	4
111	111000	3

يزداد تعقيد المشفر كلما زادت n

تعرف مصفوفة اختبار التكافؤ parity check matrix H كما يلى $H = [P^T \; I_{n-k}]$

$$H = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \cdots & p_{k1} & 100......00 \\ p_{12} & p_{22} & \cdots & p_{k2} & 0100.....0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & .... \\ p_{1,n-k} & p_{2,n-k} & \cdots & p_{k,n-k} & 000.....1 \end{bmatrix}$$

يلاحظ أنه اذا كانت C كلمة مشفرة صحيحة يكون $CH^T=0$

لذلك تستخدم H فى الاستقبال لفك الشفرة.

أما اذا كانت R الكلمة المشفرة المستقبلة التى تحتوى على أخطاء نتيجة اضافة خطأ E يكون $S = RH^T = (C+E)H^T = CH^T + EH^T = EH^T$

لذلك يكون $S=0$ اذا كانت R كلمة المشفرة ممكنة. أما اذا حدث خطأ فى الرمز رقم i من C تكون S الناتجة هى الصف رقم i من المصفوفة H^T و بذلك يمكن تحديد مكان الخطأ الواحد فى الكلمة المشفرة وتصحيحه ، فمثلا فى المثال السابق بفرض أن الخطأ فى المكان الثانى يكون $\mathbf{E} = [010000]$ ويكون $S = [101]$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow H^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بعد حساب S ومقارنتها بصفوف H^T نجد أنها تطابق الصف الثانى، لذا يقرر جهاز الاستقبال وجود خطأ فى الرمز الثانى.

من المثال السابق يتضح أن الشفرة يمكنها تصحيح خطأ واحد فقط مع اكتشاف بعض الأخطاء الأخرى. وتعتمد مقدرة الشفرة على تصحيح وكشف الأخطاء على المسافة الصغرى minimum distance بين الكلمات المشفرة حيث تعرف

المسافة بين كلمتين مشفرتين C_1 و C_2 بأنها عدد الأماكن التي فيها اختلاف بينهما، كذلك يعرف وزن الشفرة بأنه عدد الأماكن التي لاتحتوى على أصفار ، و فيما يلي نعرض بعض النظريات التي تحدد مقدرة الشفرات.

نظرية 1: المسافة الصغرى لشفرة مجموعات خطية هي أصغر وزن لكلمة مشفرة باستثناء الكلمة المكونة من أصفار فقط.

فمثلا في المثال السابق تكون هذه المسافة 3 حسب النظرية ، و بمقارنة أي كلمتين مشفرتين في الجدول بحساب المسافات بينهما نتأكد من ذلك.

لفك التشفير تقارن الكلمة المستقبلة مع الكلمات المشفرة الممكنة و يختار منها أقرب واحدة.

نظرية 2: اذا كانت المسافة الصغرى d_{min} يمكن للشفرة تصحيح أخطاء عددها حتى t حيث $t = \lfloor (d_{min}-1)/2 \rfloor$ واكتشاف أخطاء عددها يصل الى $d_{min}-1$ حيث $\lfloor x \rfloor$ ترمز الى أكبر عدد صحيح لايزيد عن x

لذلك لتصميم شفرة لتصحح خطأ واحد تختار صفوف المصفوفة H^T التي عددها n بحيث يختلف كل صف عن باقي الصفوف لتكون S مختلفة لحالات الخطأ الواحد المختلفة مع ملاحظة عدم استخدام صف كله أصفار ، كذلك يجب أن تكون الصفوف الأخيرة التي عددها n-k المصفوفة الذاتية. بذلك تصمم المصفوفة H^T و منها يمكن استنتاج المصفوفة G لتوليد الشفرة.

مثال 3: بفرض أن n-k=3 تكون صفوف المصفوفة الذاتية 100 و 010 و 001 هي الصفوف الثلاثة الأخيرة من المصفوفة H^T ويحتوى كل منها على صفرين ، وباضافة الصفوف الأولى التي تحتوى على صفر واحد و هي 110 و 101 و 011 والصف الذي يحتوى على 111 تتكون المصفوفة H^T ومنها نوجد مصفوفة التوليد G

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ I_3 \end{bmatrix} \Rightarrow G = [I_4 \quad P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

المراجع

1. L. W. Couch, "Digital and Analog Communication Systems," Second Edition, Macmillan, 1987.
2. K. S. Shanmugum, "Digital and Analog Communication Systems," Wiley, 1979.
3. S. Haykin, "Communication Systems,"4th Edition, Wiley 2001.
4. R. E. Ziemer, and R. L. Peterson, "Digital Communication and Spread Spectrum Systems," Macmillan, 1985.
5. B. P. Lathi, "Modern Analog and Digital Communication Systems," Holt, Rinehart and Winston, 1983
6. S. Pasupathy, "Minimum Shift Keying, A Spectrally Efficient Modulation," IEEE Communications Magazine, July 1979.
7. A. Mehrotra, "Cellular Radio Performance Engineering," Artech House 1997.
8. C. Sundberg, "Continuous Phase Modulation, "IEEE Communications Magazine," April 1986.
9. S. Elnoubi, "Probability of Error Analysis of Partial Response Continuous Phase Modulation with Noncoherent Detection in Mobile Radio Channels", <u>IEEE Transactions of Vehicular Technology</u>, Feb. 1989, pp. 19-30.

ترجمة المصطلحات

مصدر المعلومات Information source

تشابهيه analog

الضوضاء noise

تشابهيه analog

مقطعة discrete

مشفر المصدر source encoder

الشفرة الأمريكية العيارية لتبادل المعلومات (ASCII)

جهاز فك شفرة المصدر source decoder

مشفر القناة channel coder

المضمن modulator

الكاشف demodulator

نظرية أخذ العينات Sampling Theorem

الأخذ المثالى للعينات ideal sampling

تحويل فورير Fourier transform

سلسلة فورير Fourier series

نطاق تردد bandwidth

الانطواء overlapping

مرشح لامرار الترددات المنخفضة (LPF) lowpass filter

التضمين بسعة النبضات pulse amplitude modulation

طيف Spectrum

التضمين بتشفير النبضات Pulse Code Modulation

التعددية بتقسيم الزمن time division multiplexing

التقريب المنتظم uniform quantization

تقريب غير منتظم non-uniform quantization

عمليتا الضغط والبسط companding

التقسيم الزمني time division

الترك البيني للكلمات word interleaving

إطار frame

التضمين التفاضلي Delta Modulation

التضمين التفاضلي الموائم Adaptive Delta Modulation

التواؤم المتدرج discrete adaptation

تضمين دلتا مستمر الميل Continuous slope Delta Modulation .

التضمين بتشفير تفاضل النبضات Differential Pulse Code Modulation

المستنتج الخطي linear predictor (LP)

عوامل المستنتج الخطي LP coefficients.

التشفير الثنائي للخط Binary Line Coding

أحادية القطبية Unipolar

الغير عائدة للصفر Non-return-to-zero

العائدة إلي الصفر Return to zero

القطبية Polar

ثنائية القطبية Bipolar

الطور المفصوم Split Phase

التزامن الذاتى self synchronization

الشفافية transparency

الدالة التكرارية الذاتية autocorrelation function

طيف القدرة power spectrum

قرن التيار المتردد ac coupling

ثنائية القطبية عالية الكثافة High density bipolar

التشفير التفاضلي Differential coding

التضمن بالسعة المتعددة للنبضات M-ary Pulse Amplitude Modulation

محطات إعادة repeaters

المبدلات الرقمية digital switching

الحاسبات الإلكترونية computers

رعشة التزامن timing jitter

معدل احتمال الخطأ bit error rate

جودة عالية high fidelity

الخصوصية والسريةprivacy .

التعددية multiplexing

التعددية الرقمية Digital multiplexing

فصل المتعددات demultiplexing

الشبكة الرقمية للخدمات المتكاملة Integrated Services Digital Networks.

الترك البينى للرقم الثنائى bit interleaving

الترك البينى للكلمات word interleaving

تشكيل النبضات Pulse Shaping

التداخل بين الرموز Intersymbol Interference

المعيار الأول لنيكويست First Nyquist Criterion

جيب التمام المرتفع الكامل fully raised cosine

معامل انحدار rolloff factor

الثنائي المضاعف duobinary

الثنائي المضاعف المعدل modified duobinary

الالتفاف convolution

طرق التضمين الرقمى للموجة الحاملة Digital Carrier Modulation

التضمين الرقمى الثنائى Binary Digital Modulation

تبديل الفتح والقفل On Off Keying(OOK)

تبديل إزاحة السعة الثنائية Binary Amplitude Shift Keying

تبديل إزاحة الطور الثنائى Binary Phase Shift Keying

تبديل إزاحة التردد الثنائى Binary Frequency Shift Keying

تبديل الإزاحة الدنيا Minimum Shift Keying

تبديل إزاحة فرق الطور Differential Phase Shift Keying

الكاشف الأفضل optimum detector

طرق التضمين الرقمي المتعدد Multilevel Digital Modulation

تبديل الإزاحة للسعة المتعددة M-ary Amplitude Shift Keying

تبديل الإزاحة للطور المتعدد M-ary Phase Shift Keying

التضمين السعوى المتعامد Quadrature Amplitude Modulation

تبديل إزاحة الطور الرباعى المؤخرة Offset Qadrature Phase Shift Keying

ترشيح نطاق التردد bandpass filtering

التكبير اللاخطى nonlinear amplification

تبديل الإزاحة الدنيا Minimum Shift Keying

الكشف الغير متماسك noncoherent detection

الكشف المتماسك coherent detection

دائرة التمييز (مميز) discriminator

الكاشف التفاضلى differential detector

الكاشف التفاضلى أحادى التأخير one-bit differential detector

الكاشف التفاضلى ثنائى التأخير two-bit differential detector

تبديل إزاحة فرق الطور الرباعي Differential QPSK

تبديل الإزاحة الدنيا الجاوسية Gaussian Minimum Shift Keying

التضمين المستمر الطور جزئي الاستجابة

Partial Response Continuous Phase Modulation

جيب التمام المرتفع الطيفى spectrally raise cosine

تشفير مسبق precoding

نظم الاتصالات اللاسلكية الشخصية personal communication systems

المرشح الموائم matched filter

متباينة شوارتز Schwartz inequality

رابط correlator

memoryless عديم الذاكرة

entropy الانتروبيا

uncertainty عدم التأكد

prefix coding تشفير المقدمة

discrete memoryless channel القناة المقطعة عديمة الذاكرة

binary symmetric channel القناة الثنائية المتماثلة

mutual information المعلومات المتبادلة

information capacity سعة المعلومات

state diagram مخطط الحالة

tree diagram مخطط الشجرة

stationary مستقر

ergodic ارجى

weighted average متوسط موزون

algorithm خوارزم

error control تحكم في الخطأ

parity codes شفرات التكافؤ

asynchronous transmission تراسل غير متزامن

character حرف خاص

block codes شفرات المجموعات

systematic code شفرات منظمة

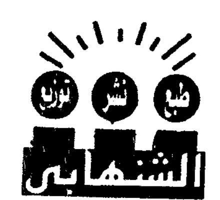
generator matrix مصفوفة التوليد



رقم الايداع بدار الكتب و الوثائق القومية

٤١٩٤/٢٠٠٤

بتاريخ ١١/٢/٢٠٠٤



المركز الرئيسى : غبريال - إسكندرية
ت : ٥٧٤٨٦١٨ - تليفاكس : ٥٧٤١٢٣٣
المطابع : منطقة مرغم الصناعية الكيلو ٢٥,٥
طريق مصر إسكندرية الصحراوى
بحرى الطريق ش مسجد الإحسان